Utilisation des formules de dérivation

Dérivée d'un produit :

$f(x) = (2x-3)(x^2+x)$

f est de la forme $f = u.v$ donc $f' = u'.v + u.v'$

$f'(x) = 2(x^2+x) + (2x-3)(2x+1)$

$= 2x^2 + 2x + 4x^2 + 2x - 6x - 3 \quad = 6x^2 - 2x - 3$

Dérivée d'un carré :

$f(x) = (x^3 - 4x)^2$

f est de la forme $f = u^2$ donc $f' = 2.u.u'$

d'où : $f'(x) = 2(x^3 - 4x)(3x^2 - 4)$

Dérivée d'un quotient :

$f(x) = \dfrac{x-3}{2x+1}$

f est de la forme $f = \dfrac{u}{v}$ donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

d'où : $f'(x) = \dfrac{1\times(2x+1) - 2\times(x-3)}{(2x+1)^2} = \dfrac{7}{(2x+1)^2}$ après simplifications

Attention : la formule n'est pas symétrique comme dans le cas du produit

Conseil mnémotechnique : $\dfrac{u}{v}$ se lit " u sur v " : on dérivera d'abord u : $u'.v - u.v'$

Dérivée d'un produit k .g avec k réel :

$f(x) = \dfrac{3}{x-1}$ f est de la forme $k.g$ donc $f' = k.g'$

avec $g = \dfrac{1}{v}$ et $g' = \dfrac{-1}{v^2}$

d'où : $f'(x) = 3.\dfrac{-1}{(x-1)^2} = \dfrac{-3}{(x-1)^2}$

<u>Remarque</u> : on aurait pu aussi considérer f comme un quotient $\dfrac{u}{v}$ sachant qu'ici la dérivée de u serait 0, étant donné que c'est une fonction constante .

Dérivées utilisant plusieurs formules :

Attention ça se corse , il est dangereux de mélanger les formules dans une seule écriture , il vaut mieux d'abord considérer la forme générale de la fonction à dériver , c'est-à-dire sous forme de somme , de quotient ou de produit . Et ensuite on applique à part les formules associées à chaque terme .

ex1 :

$f(x) = 5x - 1 + \dfrac{3}{x-1}$ f est de la forme $f = u + v$

On a alors $f' = u' + v'$, c'est-à-dire : $f'(x) = 5 + \dfrac{-3}{(x-1)^2}$

ex2 :

$f(x) = \dfrac{x+2}{(3x+1)^2}$ f est de la forme $f = \dfrac{u}{v}$ donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

avec $v = m^2$ d'où $v' = 2m.m'$

$$f'(x) = \frac{1(3x+1)^2 - 6(3x+1)(x+2)}{(3x+1)^4} = \frac{(3x+1)\left[(3x+1) - 6(x+2)\right]}{(3x+1)^4} = \frac{-3x-11}{(3x+1)^3}$$