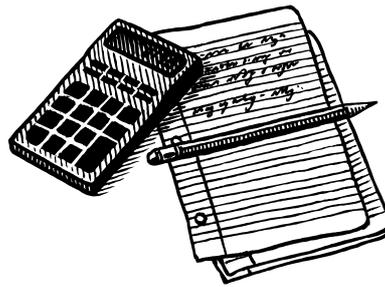


I.U.T de TOURS **1^{ère} année G.E.A.**

Unité d'enseignement 3
Maîtriser et utiliser les outils de gestion

M 811
Mathématiques financières
Intervenant : Hélène Charrier



Durée du module
1^{er} semestre
6 heures de cours
18 heures de TD

Objectif
« comprendre la notion d'interêt dans les opérations financières » et appréhender la notion de « temps » sur les flux financiers.

I.U.T de TOURS

1^{ère} année G.E.A.

Unité d'enseignement 3

Maîtriser et utiliser les outils de gestion

M 811

Mathématiques financières

Intervenant : Hélène Charrier

Durée du module : 1^{er} semestre

Objectif

« comprendre la notion d'intérêt dans les opérations financières » et appréhender la notion de « temps » lors des flux financiers.

SOMMAIRE DU COURS

CHAPITRE 1 : LES INTERÊTS SIMPLES

1. comment calculer des intérêts simples ?
 - Notions de valeur acquise et valeur actuelle
 - Conversion proportionnelle de taux
 - Tenue des comptes : Livret,codevi,..., comptes courants
2. l'escompte d'un effet de commerce
 - La remise à l'escompte d'un effet de commerce
 - Le calcul de l'escompte
 - La détermination de l'agio et du « net porté en compte »
 - La détermination d'un taux réel d'escompte
3. l'équivalence de capitaux : comment remplacer un capital par un autre ?

CHAPITRE 2 : LES INTERETS COMPOSES

- 1- la notion de capitalisation
- 2- la notion d'actualisation
- 3- calculs pratiques
- 4- équivalence de capitaux

CHAPITRE 3 : LES ANNUITES et LES EMPRUNTS INDIVIS

- 1-comprendre les formules des annuités : se simplifier « la vie » ! et comprendre les tableaux d'emprunt remis par les banques
- 2- le lien avec les emprunts indivis
 - Comment se déroule une souscription d'emprunt auprès d'une banque ?
 - Comment rembourser ? : annuités constantes, amortissements constants et « in fine »

En fonction du temps, nous verrons la différence de ce type d'emprunt avec les emprunts « obligataires ».

Bibliographie indicative :

- Mathématiques financières chez DUNOD
- Mathématiques financières chez SYREY

A chaque séance de cours, vous disposerez du plan détaillé de la séance ainsi que des formules à retenir. Vous aurez également une **feuille d'exercices** à faire de façon progressive **pour chaque séance de TD à venir**. Ce travail doit être systématique pour chaque étudiant sans même que l'enseignant ait besoin de le rappeler. **Ce travail personnel est le gage de votre réussite.**

Bon travail à tous !

CHAPITRE INTRODUCTIF

La notion d'intérêt par rapport au facteur temps

On va s'intéresser aux calculs pratiques des opérations commerciales et financières. A priori, cela paraît moins attrayant qu'un cours de philo. Toutefois, même les philosophes les plus distraits sont intéressés par leurs comptes bancaires et ils sont souvent de grands mathématiciens. Nous allons essayer de comprendre les opérations effectuées par nos banquiers. Cela vous permettra, sans nul doute, de mieux gérer vos comptes qui devraient « grossir » dans les années à venir.

1. Vous avez des projets ? (achat d'une voiture ? achat d'un appartement...)

Si vous souhaitez emprunter, à qui s'adresser ? et comment rembourser le capital emprunté ?

N'oubliez pas :

- ***De demander conseil à votre banquier***
- ***« Faites jouer la concurrence ! »***

2. **Une entreprise ou l'Etat** a les mêmes besoins que nous ! ils peuvent disposer d'emprunt auprès des banques mais également s'adresser aux marchés financiers

3. **Si vous êtes prêteur**, où placer votre argent ? quelle rémunération attendez-vous

Souhaitez-vous disposer de vos liquidités à n'importe quel moment ? préférez-vous une épargne longue ? Vous avez des liquidités, ne laissez pas dormir votre argent ! même si les taux sont bas, « un peu vaut mieux que rien ». Ce peu n'est déjà pas si mal étant donné la quasi absence d'inflation.

4. Comment sont calculés les intérêts ?

- LES INTERETS SIMPLES $C_n = C_0 + I = C_0 + (C \cdot t \cdot n)$
- LES INTERETS COMPOSES $C_n = C_0 \cdot (1+t)^n$

Nous verrons dans le chapitre 1 que les comptes LIVRET, CODEVI sont, en fait, une combinaison des deux : calcul des intérêts par quinzaine et capitalisation en fin d'année.

CHAPITRE 1

Les intérêts simples

1. Comment calculer des intérêts simples ?
2. Cas concrets de tenue de comptes
3. L'escompte d'une lettre de change
 4. l'équivalence de capitaux
 5. le taux moyen de placement

FORMULES A RETENIR

- Calcul des intérêts

$$I = C * t * n$$

Avec I = montant des intérêts

C= capital de départ

t= taux annuel

n=nombre d'années

Lorsque la période de calcul est différente de l'année

$$I = Co * t * n / 12 \text{ en mois}$$

$$I = Co * t * n / 365 \text{ en jours}$$

- Valeur acquise Cn

$$Cn = Co + I$$

- Conversion de taux en méthode proportionnelle

Taux annuel ta	Taux semestriel ts=ta/2	Taux trimestriel tm=ta/4	Taux mensuel tm=ta/12	Taux journalier tj=ta/365
----------------	----------------------------	-----------------------------	--------------------------	------------------------------

- Escompte d'une lettre de change

Escompte = nominal * t * n / 365

Agio = escompte + commissions + TVA

Nominal = valeur acquise

Net porté en compte = nominal - agio = valeur actuelle

CHAPITRE 2

Les intérêts composés

1. Comment calculer des intérêts composés ?

2. La notion de valeur acquise

Exemple 1 : Calculer la valeur acquise par un capital de 10 000 placé à 3 % l'an pendant 8 ans.

Exemple 2 : Calculer la valeur acquise par un capital de 30 000 placé à 4 % l'an pendant 3 mois.

Exemple 3 : Calculer la valeur acquise par un capital de 200 placé pendant 2 ans et demi à 6 %

3. La notion de valeur actuelle

Exemple 1 : Actualiser une créance de 50 000 à échéant dans 5 ans au taux composé annuel de 2 %

Exemple 2 : A quel taux faut-il actualiser une valeur acquise de 200 000 obtenue après 1 an pour un capital placé de 160 000 ?

Exemple 3 : Une valeur acquise de 50 000 fait correspondre une valeur actuelle de 30 000 à 5 % . Quelle est la durée placement ?

4. La conversion de taux en méthode « proportionnelle » ou « équivalente »

Exemple : Calculer les taux proportionnels semestriel, trimestriel, mensuel qui correspondent :

⇒ au taux annuel de 10 %

⇒ au taux trimestriel de 5 %

Exemple : Calculer le taux annuel, semestriel, trimestriel et mensuel équivalent :

⇒ au taux annuel de 8 %

⇒ au taux semestriel de 2 %

⇒ au taux mensuel de 0.3 %

5. Calculs pratiques

6. Equivalence de capitaux

Exemple : On doit rembourser une dette de 45 000 dans un an et on demande de repousser l'échéance d'un an. Quel sera le montant à verser compte tenu d'un taux d'intérêt de 3,5 % ?

Exemple : Un débiteur doit s'acquitter des dettes suivantes :

⇒ 15 000 dans 6 mois

⇒ 20 000 dans 1 an

⇒ 25 000 dans 1 an et demi.

Il obtient de son créancier un paiement unique dans 2 ans.

Calculez le montant de ce paiement en tenant compte d'un taux de 9 %

Formules à retenir

La valeur acquise

Période	Capital placé	Intérêts obtenus	valeur acquise
1	C	Ci	$C+Ci = C(1+i)$
2	$C(1+i)$	$C(1+i)i$	$C(1+i)+C(1+i)i = C(1+i)(1+i)$ $=C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$	$C(1+i)^2i$	$C(1+i)^2+C(1+i)^2i = C(1+i)^2(1+i)$ $=C(1+i)^3$
n	$C(1+i)^{n-1}$	$C(1+i)^{n-1}i$	$C(1+i)^{n-1}+C(1+i)^{n-1}i = C(1+i)^{n-1}(1+i)$ $=C(1+i)^n$

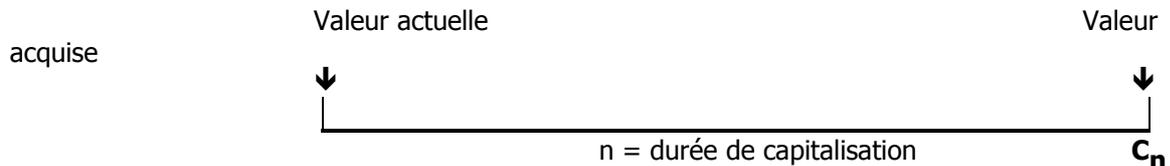
$$\text{VALEUR ACQUISE} = C(1+i)^n$$

TABLE FINANCIERE N°1

Remarques :

- ★ Les intérêts obtenus forment une suite géométrique dont le premier terme est **C** et la raison **(1+i)**.
- ★ Les valeurs acquises forment une suite géométrique dont le premier terme est **C(1+i)** et la raison **(1+i)**

La valeur actuelle :



$$\text{VALEUR ACTUELLE} = C_n (1+i)^{-n}$$

TABLE FINANCIERE N°2

Taux proportionnel

Taux annuel.....	$i = i$	Taux semestriel	$i_s = i/2$
Taux trimestriel.....	$i_t = i/4$	Taux mensuel	$i_m = i/12$

Taux équivalents :

	Valeur acquise	Équivalence
Taux annuel = i	$C(1+i)^1$	i
Taux semestriel = i_s	$C(1+i)^2$	$i_s = (1+i)^{1/2} - 1$
Taux trimestriel = i_t	$C(1+i)^4$	$i_t = (1+i)^{1/4} - 1$
Taux mensuel..... = i_m	$C(1+i)^{12}$	$i_m = (1+i)^{1/12} - 1$

CHAPITRE 3

Les annuités et les emprunts indivis

1. Qu'est qu'une annuité ?
2. Comment calcule-t-on une annuité constante ?
3. Notions de valeur actuelle et de valeur acquise
4. Calculs pratiques : les changements de taux
5. Le lien avec les emprunts indivis

Formules à retenir

• VALEUR ACQUISE $\xrightarrow{0} \xrightarrow{1} \xrightarrow{2} \xrightarrow{\dots} \xrightarrow{n}$

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

TABLE FINANCIERE 3

• VALEUR ACTUELLE $\xrightarrow{0} \xrightarrow{1} \xrightarrow{2} \xrightarrow{\dots} \xrightarrow{n}$

\downarrow
 V_0

$$V_0 = a * \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

TABLE FINANCIERE 4

- CAPITAL DÛ A UNE DATE DONNEE P

$$V_p = V_0 * \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}$$