étude des variations d'une fonction

Comment étudier les variations d'une fonction :

Soit f la fonction définie sur $D = [-3;10]$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Une des méthodes est de passer par la dérivée de f.

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

On détermine ensuite le signe de f' sur D.

f' est un polynôme du second degré qui possède deux racines 0 et 2 .
Il est donc du signe de $a = 3$, donc positif, à l'extérieur des racines .

Puis sur chaque intervalle où la dérivée f' garde un signe constant, on en déduit les variations de f en appliquant le théorème .

C'est-à-dire :
Sur [-3 ; 0 [$f'(x) > 0$ et donc f est croissante
Sur] 0 ; 2 [$f'(x) < 0$ et donc f est décroissante
Sur] 2 ; 10] $f'(x) > 0$ et donc f est croissante

Attention : la dérivée f' est positive sur la réunion des intervalles [-3 ; 0 [$\cup$] 2 ; 10] mais f est croissante sur chacun des deux intervalles [-3 ; 0 [et] 2 ; 10] , et non sur la réunion des deux .

On peut enfin construire le tableau de variation de f sur D :

x	-3		0		2		10
signe de f'		+	0	−	0	+	
f	-52	↗	2	↘	- 2	↗	702