

Exercice 1

Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes (attention aux domaines de définition de chacune):

$$(E): \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} = 1 - x$$

$$(I): -\frac{2x}{x+1} \geq \frac{4x+3}{x-2} .$$

Exercice 2 : Position d'une droite par rapport à une parabole

1) Construire, sur papier millimétré, la parabole P d'équation $y = x^2$ dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Unité graphique : le cm, $\|\vec{i}\| = 2$ et $\|\vec{j}\| = 1$. (pas de détails et pas de tracé au stylo).

2) On considère la droite D d'équation $y = -2x - 1$.

a) Tracer D dans le repère précédent. Pas de détails demandés.

b) Déterminer par le calcul les coordonnées du (ou des) point(s) communs à P et D.

c) Tracer une droite D' parallèle à D et n'ayant aucun point commun avec P, en donner l'équation réduite à l'aide du coefficient directeur et de son ordonnée à l'origine.

d) Puis vérifier algébriquement le résultat précédent (on vous demande ici de prouver par le calcul que la courbe et la droite ne se coupent pas).

3) On considère maintenant les droites D_p , où p désigne un nombre réel, d'équation réduite : $y = 3x + p$.

a) Indiquer une propriété commune à toutes ces droites.

b) Déterminer par le calcul le réel p pour que la droite D_p ait un seul point commun avec P. On précisera, par le calcul, les coordonnées de ce point.

On dit que la droite obtenue est tangente à P: tracer cette droite.

4) On considère toutes les droites, non parallèles à l'axe $(O; \vec{j})$ passant par le point $A(-3; 4)$.

a) Pour m réel, on note D_m la droite passant par A.

Vérifier qu'une équation de D_m est : $y = m(x+3) + 4$.

b) Démontrer qu'il existe deux droites passant par le point A et tangentes à P.

5) Démontrer qu'il n'existe pas de tangente à P passant par le point B de coordonnées (1;3)?