EXERCICE 1

(a) Déterminer le reste dans la division euclidienne de 2009 par 11.
(b) Déterminer le reste dans la division euclidienne de 2^{10} par 11.
(c) Déterminer le reste dans la division euclidienne de $2^{2009} + 2009$ par 11.

EXERCICE 2

k est un entier naturel, $a = 13k + 1$ et $b = -26k + 4$.
Prouvez que les seuls diviseurs positifs possibles et communs à a et à b sont 1, 2, 3 ou 6.

EXERCICE 3

Trouvez tous les entiers naturels n tels que $n + 8$ est un multiple de n.

EXERCICE 4

Expliquez pourquoi il est impossible de trouver u et v dans $\mathbb{Z}$ tels que $6u - 9v = 2$.

EXERCICE 5

Le nombre n désigne un entier naturel.
1. Démontrez que $n^2 + 5n + 4$ et $n^2 + 3n + 2$ sont divisibles par $n + 1$.
2. Déterminez l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles $3n^2 + 15n + 19$ est divisible par $n + 1$.
3. En déduire que, quel que soit n, $3n^2 + 15n + 19$ n'est pas divisible par $n^2 + 3n + 2$.

EXERCICE 6

1. La différence de deux naturels est 538. Si l'on divise l'un par l'autre, le quotient est 13 et le reste 34. Quels sont ces nombres?
2. La somme de deux naturels est 2 096. Si l'on divise l'un par l'autre le quotient est 5 et le reste 206. Quels sont ces nombres ?

EXERCICE 7

1. Justifier que $12^2 \equiv 1 \quad (13)$.
2. Justifier que, pour tout entier naturel k, 13 est un diviseur de $1 + 12^{2k+1}$
3. Démontrer que, pour tout entier naturel k, 7 divise $10^{6k+4} + 3$.

EXERCICE 1

(a) Déterminer le reste dans la division euclidienne de 2009 par 11.
(b) Déterminer le reste dans la division euclidienne de 2^{10} par 11.
(c) Déterminer le reste dans la division euclidienne de $2^{2009} + 2009$ par 11.

EXERCICE 2

k est un entier naturel, $a = 13k + 1$ et $b = -26k + 4$.
Prouvez que les seuls diviseurs positifs possibles et communs à a et à b sont 1, 2, 3 ou 6.

EXERCICE 3

Trouvez tous les entiers naturels n tels que $n + 8$ est un multiple de n.

EXERCICE 4

Expliquez pourquoi il est impossible de trouver u et v dans $\mathbb{Z}$ tels que $6u - 9v = 2$.

EXERCICE 5

Le nombre n désigne un entier naturel.
1. Démontrez que $n^2 + 5n + 4$ et $n^2 + 3n + 2$ sont divisibles par $n + 1$.
2. Déterminez l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles $3n^2 + 15n + 19$ est divisible par $n + 1$.
3. En déduire que, quel que soit n, $3n^2 + 15n + 19$ n'est pas divisible par $n^2 + 3n + 2$.

EXERCICE 6

1. La différence de deux naturels est 538. Si l'on divise l'un par l'autre, le quotient est 13 et le reste 34. Quels sont ces nombres?
2. La somme de deux naturels est 2 096. Si l'on divise l'un par l'autre le quotient est 5 et le reste 206. Quels sont ces nombres ?

EXERCICE 7

1. Justifier que $12^2 \equiv 1 \quad (13)$.
2. Justifier que, pour tout entier naturel k, 13 est un diviseur de $1 + 12^{2k+1}$
3. Démontrer que, pour tout entier naturel k, 7 divise $10^{6k+4} + 3$.