1^L Composition du 17/05 1h30

I) 1) a) On a représenté en ordonnée **le nombre de personnes** et en abscisses **le temps d'attente en secondes** (1)

b) $m = \dfrac{6\times0 + 4\times1 + 4\times2 + \cdots + 1\times39 + 1\times40}{1000} \approx \boxed{18{,}5\ s}$ (2) $\sigma = \sqrt{\dfrac{6(0-m)^2 + 4(1-m)^2 + 4(2-m)^2 + \cdots + 1(40-m)^2}{1000}} \approx \boxed{7{,}2\ s}$ (2)

c) $m - 2\sigma \approx 4{,}1\ s$ / $m + 2\sigma \approx 32{,}9\ s$ } Il y a $6+4+4+7+6$ personnes qui ont attendu moins de 4,1 s et $6+6+4+3+2+2+1+1$ personnes qui ont attendu plus de 32,9 s

Il y a donc 52 personnes sur 1000 dont la durée d'attente est située en dehors de la plage $[m-2\sigma\ ;\ m+2\sigma]$.

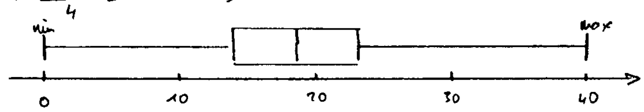
$1000 - 52 = 948$. Il y a donc 948 personnes dont la durée d'attente est située dans cette plage soit : $\dfrac{948}{1000} = \boxed{94{,}8\ \%}$ (2)

d) La courbe a bien la forme "en cloche" caractéristique des courbes gaussiennes
Elle est assez bien centrée autour de la moyenne
D'après c), à peu près 95 % des données sont situées dans la plage $[m-2\sigma\ ;\ m+2\sigma]$
} la série semble donc gaussienne. (2)

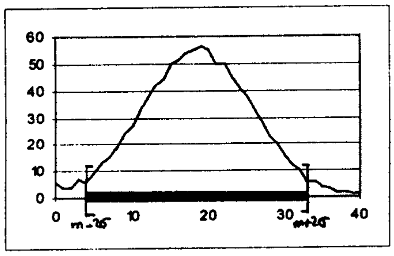
2) a) • $\dfrac{1000+1}{2} = 500{,}5$, la médiane est donc la 1/2 somme des 500e et 501e termes de la série : $M = \dfrac{18+19}{2} = \boxed{18{,}5}$ (2)

• $\dfrac{1000}{4} = 250$. Q_1 est donc le 250ème terme de la série : $\boxed{Q_1 = 14}$ (2)

• $\dfrac{1000\times3}{4} = 750$. Q_3 est donc le 750ème terme de la série : $\boxed{Q_3 = 23}$

b) 

(2)



(1)

c) $\dfrac{1000\times19}{20} = 950$. Or la 950ème personne attend 30 secondes donc on peut dire qu'**au moins 19 personnes sur 20 attendent moins de 33 secondes** (2)

II) 1) a) D'après le tableau, le taux de variation annuel est constant de 1975 à 1982. Donc de 1975 à 1976 comme de 1976 à 1977, le coefficient multiplicatif est le même : $1 + \dfrac{0{,}61}{100} = \boxed{1{,}0061}$ (2)

b) $1982 - 1975 = 7$. Pour passer de la population de 1975 à celle de 1982, il faut donc appliquer 7 fois le coefficient multiplicatif annuel. Le coefficient multiplicatif global de la période est donc $1{,}0061^7 \approx \boxed{1{,}0435}$ (2)
Appliquons ce coefficient à la population de 1975 : $32\,168 \times 1{,}0061^7 \approx 33\,567$. Nous retrouvons donc la population recensée en 1982 à 5 personnes près ! (2)

2) a) par (1), pour tout n de $\mathbb{N}$ tel que $n \leq 25$, on a $u_{n+1} = u_n \times 1{,}006$
Nous reconnaissons une suite géométrique de raison 1,006. Le premier terme est $u_0 = 32\,168$ (2)
Donc $u_n = u_0 \times 1{,}006^n = \boxed{32\,168 \times 1{,}006^n}$ (2)

b) En 1976, $n = 1$: $u_1 = 32\,168 \times 1{,}006^1 \approx \boxed{32\,361 \text{ habitants}}$ (1)
En 1983, $n = 8$: $u_8 = 32\,168 \times 1{,}006^8 \approx \boxed{33\,745 \text{ habitants}}$ (1)

c) En 1999, $n = 24$: $u_{24} = 32\,168 \times 1{,}006^{24} \approx \boxed{37\,134 \text{ habitants.}}$ (1)
Il y a donc un écart d'environ $\boxed{600 \text{ personnes}}$ entre u_{24} qui est une estimation et le chiffre effectif du recensement

3) a)

	A	B	C	D	E
1	Population de	1982	1990	Progression	
2	l'arrondissement de Valence			En nbre d'habitants	En pourcentage
3	Communes rurales	82 110	94 059	11 949	14,6
4	Communes non-rurales	219 755	226 311	6 556	3,0
5	Total	301865	320370	18 505	6,1

(3)

b) en D3 : = C3-B3 (2)
en E3 : = 100 * (C3/B3 - 1) (2)

c) en E3, on aurait aussi pu écrire = 100 * (C3 - B3)/B3. On voit donc que la progression en pourcentage est obtenue en divisant la progression en habitants (C3 - B3) par la population de départ B3.
La progression en habitants peut être forte, si elle est divisée par une population de départ importante elle aussi, la progression en pourcentage correspondante peut être faible ! (2)

1L Composition de Mathématiques 1h30 23V03 Corrigé succinct

I) 1) D'après la feuille de calcul :

B2 > C2 donc pour 1 minute la nouvelle tarification est plus intéressant ①
B3 < C3 —— 2 —— l'ancienne tarification —— ①
B4 < C4 —— 3 —— l'ancienne tarification —— ①

2) Pour 60 minutes de communication :

Avec l'ancien tarif, les 3 premières minutes coûtent 0,74F et les 57 minutes suivantes $57 \times 0{,}28$F
soit en tout : $0{,}74 + 57 \times 0{,}28 = \boxed{16{,}70\text{ F}}$ ②

Avec le nouveau tarif, la 1ère minute coûte 0,60F et les 59 minutes suivantes $59 \times 0{,}22$F
soit en tout : $0{,}60 + 59 \times 0{,}22 = \boxed{13{,}58\text{ F}}$ ①

Appelons x % le pourcentage de baisse : $13{,}58 = 16{,}7\left(1 - \frac{x}{100}\right)$

donc $1 - \frac{x}{100} = \frac{13{,}58}{16{,}7}$ donc $\frac{x}{100} = 1 - \frac{13{,}58}{16{,}7}$ donc $x = 100\left(1 - \frac{13{,}58}{16{,}7}\right) \approx 18{,}7$

Pour une heure de communication le pourcentage de baisse est donc d'environ $\boxed{18{,}7\,\%}$ ②

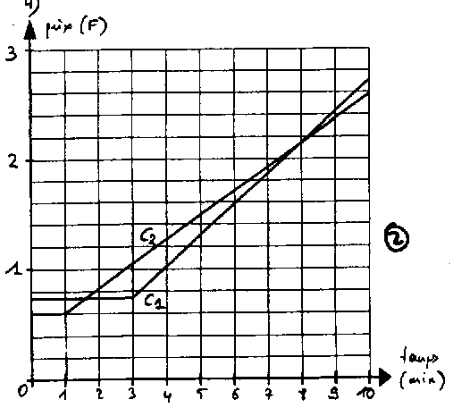
3) Avec l'ancien tarif au delà de 3 minutes, le prix augmente de 0,28F par minute.
On peut donc écrire en B5 : $\boxed{= B4 + 0{,}28}$ ②

Avec le nouveau tarif au delà de 1 minute, le prix augmente de 0,22F par minute
On peut donc écrire en C5 : $\boxed{= C4 + 0{,}22}$ ②

Si l'ancien prix est en B2, le nouveau en C2 et le pourcentage d'évolution en D2,
on a : $C2 = B2\left(1 + \frac{D2}{100}\right)$ donc $1 + \frac{D2}{100} = \frac{C2}{B2}$ donc $D2 = \left(\frac{C2}{B2} - 1\right) \times 100$

On peut donc écrire en D2 : $\boxed{=(C2/B2-1)*100}$ ②

4)



②

Le nouveau tarif est plus intéressant que l'ancien quand C_2 est situé en dessous de C_1
c'est à dire pour une durée de communication située environ dans la plage

$]0\,;1{,}6[\cup]8\,;+\infty[$ (en minutes)

②

5) Il est abusif de prétendre que les prix baissent car tous les gens dont l'essentiel des communications se situent entre 2 et 8 minutes risquent de voir leur facture augmenter !!

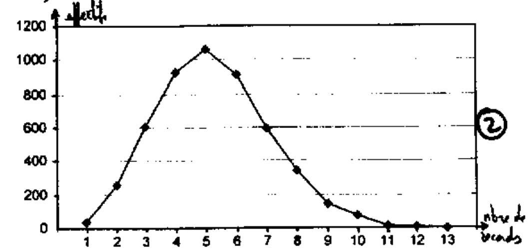
①

II) 1) Les records sont 5, 10, 11, 15, 20, 21 Il y en a donc $\boxed{6}$ ①

2) Dans une liste il y a au minimum 1 record. Ex : <u>10</u>, 9, 8, 7, 6 ①

3) Dans une liste de n termes, il peut y avoir jusqu'à n records. Ex : <u>10</u>, <u>11</u>, <u>12</u>, <u>13</u>, <u>14</u> ①

4) ⓐ



②

Il s'agit peut être d'un phénomène gaussien car nous reconnaissons en effet la courbe en cloche caractéristique ①

ⓑ $\mu = \frac{1\times 39 + 2\times 261 + 3\times 611 + \dots + 12\times 9 + 13\times 3}{5000} \approx \boxed{5{,}24 \text{ records}}$ ②

$\sigma = \sqrt{\frac{39(1-\mu)^2 + 261(2-\mu)^2 + \dots + 3(13-\mu)^2}{5000}} \approx \boxed{1{,}93 \text{ records}}$ ②

On a $\mu - \sigma \approx 3{,}3$ et $\mu + \sigma \approx 7{,}13$
Dans la plage $[4\,;7]$ la somme des effectifs est : $928 + 1063 + 911 + 592 = 3494$
le pourcentage du nombre de records dans la plage $[\mu-\sigma\,;\mu+\sigma]$ est donc $\frac{3494}{5000} \approx \boxed{69{,}9\,\%}$ ②
ce pourcentage est légèrement supérieur aux 68 % des séries gaussiennes.

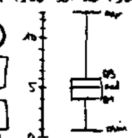
On a $\mu - 2\sigma \approx 1{,}4$ et $\mu + 2\sigma \approx 9$
Dans la plage $[2\,;9]$ la somme des effectifs est : $261 + 611 + \dots + 344 + 142 = 4857$
le pourcentage du nombre de records dans la plage $[\mu-2\sigma\,;\mu+2\sigma]$ est donc $\frac{4857}{5000} \approx \boxed{97{,}1\,\%}$ ②
ce pourcentage est encore supérieur aux 95 % des séries gaussiennes.

Bilan : on voit que ces pourcentages ne confirment pas très bien ce que l'on pouvait attendre d'une série gaussienne. Remarquons toutefois que les pourcentages de 68 % et 95 % ne s'observent pour des séries gaussiennes que si le nombre de données est suffisamment grand. Or ici, certes les effectifs sont très importants mais le nombre de records ne varie que de 1 à 13 !

ⓒ Il y a 5000 termes or $\frac{5000+1}{2} = 2500{,}5$. La médiane est donc la demi-somme du 2500e et du 2501e termes de la série ; $\text{méd} = \frac{5+5}{2} = \boxed{5}$ ①

$\frac{5000}{4} = 1250$. Le 1er quartile est donc le 1250ème terme de la série. $Q_1 = \boxed{4}$ ①

$\frac{5000\times 3}{4} = 3750$. Le 3ème quartile est donc le 3750ème terme de la série : $Q_3 = \boxed{6}$ ①



①

ⓓ $5{,}24 > 5$ Donc la moyenne est légèrement supérieure à la médiane donc la série est plus « étalée » à droite. (Cela se voit d'ailleurs sur le graphique du ⓐ) ①

5) Puisque pour chaque phénomène, il y a en moyenne un peu plus de 5 records par siècle, chaque année a donc environ 1 chance sur 20 d'être un record ! Pas étonnant que chaque année ait sa série de records.

①

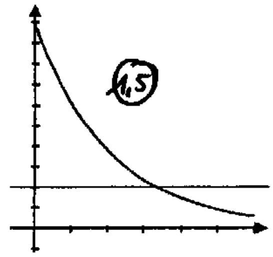
Composition 1L 16 I 01 1h30 Corrigé succinct

I 1) $N(0) = a \times 2{,}62^{-0{,}05\times 0} = \boxed{a = 10^5}$ (1,5)

2)

t	0	10	20	30	40	50	60
$N(t)$	100000	61780	38168	23580	14568	9000	5560

(0,5)



3) Le point d'intersection de la courbe C_N avec la droite d'équation $y = 20000$ a une abscisse d'environ 33,4.
Il reste donc 20000 survivants au bout d'environ $\boxed{33'30''}$ (1,5)

II La moyenne de Pierre sera : $\bar{p} = \dfrac{1\times12 + 3\times11 + 1\times6 + \dots + 1\times13}{1+3+1+\dots+1} \approx 10{,}2$ (1,5)

La moyenne de Jean sera : $\bar{J} = \dfrac{1\times5 + 3\times11 + 1\times11 + \dots + 1\times14}{1+3+1+\dots+1} \approx 10{,}5$

$\bar{J} > \bar{p}$ donc Jean est globalement un peu meilleur que Pierre (1)

L'écart type de Pierre sera : $\sigma_p = \sqrt{\dfrac{1(12-\bar{p})^2 + 3(11-\bar{p})^2 + \dots 1(13-\bar{p})^2}{1+3+\dots+1}} \approx 1{,}94$ (1,5)

L'écart type de Jean sera : $\sigma_J = \sqrt{\dfrac{1(5-\bar{J})^2 + 3(11-\bar{J})^2 + \dots 1(14-\bar{J})^2}{1+3+\dots+1}} \approx 2{,}27$

$\sigma_p < \sigma_J$ donc Pierre est globalement un peu plus régulier. (1)

III 1) • Pour le calcul de la moyenne, remplaçons chaque classe par son milieu :

$$m = \frac{4\times54 + 14\times44 + 34\times36 + 82\times28 + 46\times22 + 20\times18}{200} = 28{,}62$$ (1,5)

Le prix moyen de vente est donc d'environ $\boxed{28€60}$

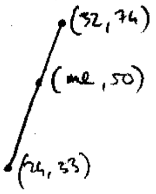
• Pour le calcul de la médiane, déterminons les fréquences cumulées croissantes :

Prix	effectif	freq %	fréq cumulées croissantes %
[48,60[	4	2	100
[40;48[	14	7	98
[32;40[	34	17	91
[24;32[	82	41	74
[20;24[	46	23	33
[16;20[	20	10	10

(1)

La classe médiane est donc la classe [24 ; 32[

A partir du schéma ci dessous, nous obtenons l'équation suivante :



$$\frac{50-33}{me-24} = \frac{74-33}{32-24} \iff \frac{17}{me-24} = \frac{41}{8}$$

$$\iff me = 24 + \frac{17\times8}{41} \approx 27{,}32$$

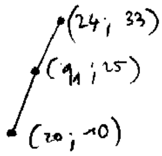
La médiane est d'environ $\boxed{27€30}$ (1,5)

On remarque que $me \leq m$ donc les prix sont légèrement plus étalés vers le haut (1)

2) L'étendue maximum est 60 − 16 soit $\boxed{44\ €}$ (1)

La classe qui contient le premier quartile q_1 est la classe [20 ; 24[.

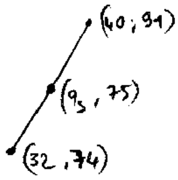
D'après le schéma de droite, nous déduisons l'équation ci dessous :



$$\frac{25-10}{q_1-20} = \frac{33-10}{24-20} \iff \frac{15}{q_1-20} = \frac{23}{4} \iff q_1 = 20 + \frac{15\times4}{23} \approx 22{,}6$$ (1,5)

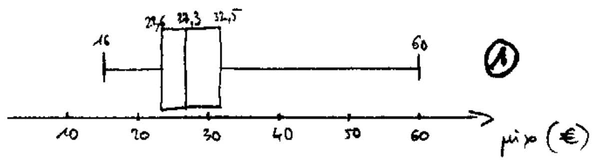
La classe qui contient le troisième quartile q_3 est la classe [32 ; 40[

D'après le schéma de droite, nous déduisons l'équation ci dessous :



$$\frac{75-74}{q_3-32} = \frac{91-74}{40-32} \iff \frac{1}{q_3-32} = \frac{17}{8} \iff q_2 = 32 + \frac{8}{17} \approx 32{,}5$$ (1,5)

3)



(1)