



المعادلات التفاضلية

$$y = \lambda e^{-ax}$$

الحل العام
 $\lambda \in \mathbb{R}$

$$a \in \mathbb{R}$$

$$y' + ay = 0$$

المعادلة التفاضلية الخطية من الرتبة الأولى بمعاملات ثابتة:

المعادلة المميزة تقبل حلين حقيقيين r_1 و r_2

$$(\lambda; \mu) \in \mathbb{R}^2 \quad y = \lambda e^{r_1 x} + \mu e^{r_2 x}$$

$$\Delta > 0$$

المعادلة المميزة تقبل حلًا حقيقياً وحيداً r

$$(\lambda; \mu) \in \mathbb{R}^2 \quad y = (\lambda x + \mu) e^{rx}$$

$$\Delta = 0$$

$$p \pm iq$$

المعادلة المميزة تقبل حلين عقديين متراافقين

$$\Delta < 0$$

$$\begin{aligned} y &= (\lambda \cos(qx) + \mu \sin(qx)) e^{px} \quad ((\lambda; \mu) \in \mathbb{R}^2) \\ &= \delta \cos(qx + \theta) e^{px} \quad ((\delta; \theta) \in \mathbb{R}^2) \end{aligned}$$

$$(E): y'' + ay' + by = f(x) \quad (E): y' + ay = f(x)$$

المعادلة التفاضلية بطرف ثانٍ:

ليكن Z حل خاص للمعادلة (E) و y_0 حل للمعادلة بدون طرف ثانٍ (المعادلة المرتبطة بالمعادلة (E)).

الحل العام للمعادلة (E) هو : $y = Z + y_0$.

تحديد الحل الخاص:

الحل الخاص

المعادلة

الطرف الثاني $f(x)$

$f(x)$ حدودية درجتها هي درجة Z

$$\begin{aligned} y' + ay &= f(x) \\ y'' + ay' + by &= f(x) \end{aligned}$$

حدودية $f(x)$

$d^0 Z = d^0 f + 1$: Z حدودية بحيث :

$$y'' + ay' = f(x)$$

$$(A; B) \in \mathbb{R}^2; Z = (Ax + B) e^{\beta x}$$

$$y' + ay = f(x)$$

$$(\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2 \quad f(x) = \alpha e^{\beta x}$$

$$(A; B; C) \in \mathbb{R}^3; Z = (Ax^2 + Bx + C) e^{\beta x}$$

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

$$\begin{aligned} Z &= \alpha \cos(\omega x) + \beta \sin(\omega x) \\ (\alpha; \beta) &\in \mathbb{R}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' + ay &= f(x) \\ y'' + ay' + by &= f(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x) \\ &= k \cos(\omega x + \varphi) \end{aligned}$$

الشروط البدنية:

لحل معادلة تحقق شروط بدئية ، نحل أولاً المعادلة ثم نستعمل الشروط البدئية لتحديد قيم الثوابت.

في المعادلة من الرتبة الأولى تكون الشروط البدئية من شرط واحد فقط و في المعادلة من الرتبة الثانية من شرطين

لحل معادلة تفاضلية بطرف ثان تتحقق شروط بدئية، لا نستعمل الشروط إلا بعد إعطاء الحل العام

الحل العام = حل خاص للمعادلة بطرف ثان + حل المعادلة بدون طرف ثان.