un dst avant le vrai?

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce devoir

Exercice 1:

Étudier les variations des suites suivantes :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $u_n = 2^n - n$
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $v_{n+1} = v_n^2 + v_n + 1$ et $v_0 = -3$
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $w_n = \dfrac{n}{3^n}$

Exercice 2:

Tracer dans deux repères différents (voir verso), les 3 premiers termes des suites ci-dessous :

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $u_n = \sqrt{3 - u_{n-1}}$ et $u_0 = \dfrac{1}{2}$
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $v_n = -3(n-2)^2 + 7$

Exercice 3:

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 6}{u_n - 1}$
On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \neq 2$ et $u_n \neq 1$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. On note (v_n) la suite définie par $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n - 2}$
   Calculer v_0, v_1 et v_2.
3. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.
4. Exprimer v_n en fonction de n.
5. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{2v_n - 3}{v_n - 1}$.
6. En déduire une expression de u_n en fonction de n.
7. La suite (u_n) est-elle convergente ? Si oui, quelle est sa limite ?

Exercice 4:

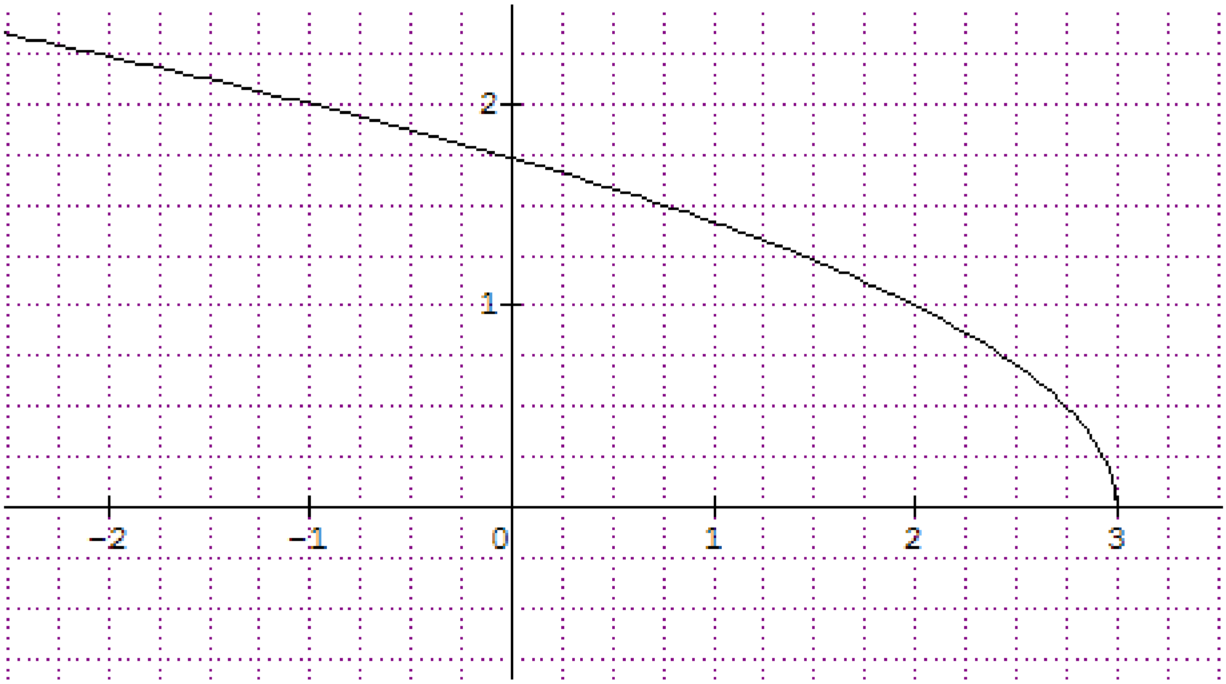
Après avoir identifié si on utilise une somme de termes de suites géométriques ou arithmétiques, calculer les sommes ci-dessous :

1. $S_1 = 1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \ldots + 8\sqrt{2}$
2. $S_2 = 1 + x + x^2 + \ldots + x^{50}$
3. $S_3 = a + 2a + 3a + 4a + \ldots + 275a$

Exercice bonus: Pour ceux qui ont encore du temps !!

Étudier la convergence de la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{3\sin(n) + 2\cos(n) + 5n}{n}$

Courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{3-x}$



Courbe représentative de la fonction $g : x \mapsto -3(x-2)^2+7$