CORRECTION

Exercice n°1

1) Puisque f_1 et g_1 sont définies sur $\mathbb{R}$, il est sûr que $g_1 \circ f_1$ sera définie sur $\mathbb{R}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$g_1 \circ f_1(x) = g_1\left(f_1(x)\right) = g_1\left(x^2\right) = x^2 - 4$

2) Puisque f_1 et g_1 sont définies sur $\mathbb{R}$, il est sûr que $f_1 \circ g_1$ sera définie sur $\mathbb{R}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$f_1 \circ g_1(x) = f_1\left(g_1(x)\right) = f_1(x-4) = (x-4)^2$

On constate qu'en général $g_1 \circ f_1 \neq f_1 \circ g_1$

3) f_2 est définie sur $[0;+\infty[$ et g_1 est définie sur $\mathbb{R}$, donc $g_1 \circ f_2$ sera définie sur $[0;+\infty[$, et pour tout $x \in [0;+\infty[$,

$g_1 \circ f_2(x) = g_1\left(f_2(x)\right) = g_1\left(\sqrt{x}\right) = \sqrt{x} - 4$

4) f_2 est définie sur $[0;+\infty[$ et g_1 est définie sur $\mathbb{R}$. $f_2 \circ g_1$ sera donc définie pour toutes les valeurs de *x* pour lesquelles $g_1(x) \in [0;+\infty[$ (pour que le calcul de $f_2\left(g_1(x)\right)$ soit possible).

Or $g_1(x) \in [0;+\infty[\Leftrightarrow g_1(x) \geq 0 \Leftrightarrow x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4 \Leftrightarrow x \in [4;+\infty[$

Donc $f_2 \circ g_1$ est définie sur $[4;+\infty[$, et pour tout $x \in [4;+\infty[$, $f_2 \circ g_1(x) = f_2\left(g_1(x)\right) = f_2(x-4) = \sqrt{x-4}$.

Encore une fois, on constate $g_1 \circ f_2 \neq f_2 \circ g_1$

5) Puisque f_1 est définie sur $\mathbb{R}$, $f_1 \circ f_1$ le sera aussi, et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_1 \circ f_1(x) = f_1\left(f_1(x)\right) = f_1\left(x^2\right) = \left(x^2\right)^2 = x^4$

6) Puisque f_2 est définie sur $[0;+\infty[$, et puisque f_1 et g_1 sont définies sur $\mathbb{R}$, le calcul de $f_1 \circ g_1 \circ f_2(x)$ ne sera possible que si $x \in [0;+\infty[$, et pour tout $x \in [0;+\infty[$,

$f_1 \circ g_1 \circ f_2(x) = f_1\left(g_1\left(f_2(x)\right)\right) = f_1\left(g_1\left(\sqrt{x}\right)\right) = f_1\left(\sqrt{x} - 4\right) = \left(\sqrt{x} - 4\right)^2$

La décomposition de *f* à l'aide de deux fonctions *u* et *v* peut, en général, être effectuée de plusieurs manières.

1) Pour $f(x) = (x-3)^2$, on peut poser $u(x) = x - 3$ et $v(x) = x^2$

2) Pour $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, on peut poser $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = \dfrac{1}{x}$

3) Pour $f(x) = \sqrt{3x-1}$, on peut poser $u(x) = 3x - 1$ et $v(x) = \sqrt{x}$, mais on peut aussi poser $u(x) = 3x$ et $v(x) = \sqrt{x-1}$

4) Pour $f(x) = \sin\left(3x - \dfrac{\pi}{2}\right)$, on peut poser $u(x) = 3x - \dfrac{\pi}{2}$ et $v(x) = \sin(x)$, mais on peut aussi poser $u(x) = 3x$ et $v(x) = \sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$

On peut écrire, par exemple, $g = w \circ v \circ u$, avec $u(x) = x^2 + 3$, $v(x) = \sqrt{x}$ et $w(x) = \dfrac{1}{x}$

Exercice n°2

Ecrire les expressions correspondant aux montages suivants, c'est-à-dire le résultat obtenu en entrant *x* dans le montage

Montage n°1 : $x \xrightarrow{\times 7} 7x \xrightarrow{-2} 7x - 2$

Montage n°2 : $x \xrightarrow{-2} x - 2 \xrightarrow{\times 7} 7(x-2) = 7x - 14$

Montage n°3 : $x \xrightarrow{(.)^2} x^2 \xrightarrow{\times(-2)} -2x^2 \xrightarrow{+3} -2x^2 + 3$

Montage n°4 : $3 \xrightarrow{\times 3} 3x \xrightarrow{+5} 3x + 5 \xrightarrow{\frac{1}{(.)}} \dfrac{1}{3x+5}$