19X103 DS de Mathématiques 1^e 30 Corrigé succinct

I) 1) ⓐ Chaque année le loyer augmente de 4% donc pour tout n de $\mathbb{N}$, on a : $\boxed{u_{n+1} = u_n\left(1+\frac{4}{100}\right) = 1{,}04\,u_n}$

donc (u_n) est une suite géométrique de 1er terme 20400 et de raison 1,04 2

ⓑ donc pour tout n de $\mathbb{N}$, $\boxed{u_n = u_0 \times 1{,}04^n = 20400 \times 1{,}04^n}$ 2

2) ⓐ Chaque année le loyer augmente de 900 € donc pour tout n de $\mathbb{N}$, on a : $\boxed{v_{n+1} = v_n + 900}$

donc (v_n) est une suite arithmétique de 1er terme 20400 et de raison 900 2

ⓑ donc pour tout n de $\mathbb{N}$, $\boxed{v_n = v_0 + n \times 900 = 20400 + 900n}$ 2

3) Après 4 ans de location :

$u_4 = 20400 \times 1{,}04^4 \approx 23865$ €

$v_4 = 20400 + 900 \times 4 = 24000$ €

donc $u_4 < v_4$ 2

c'est donc avec le 1er contrat que le loyer est le moins cher

Après 7 ans de location :

$u_7 = 20400 \times 1{,}04^7 \approx 26845$ €

$v_7 = 20400 + 900 \times 7 = 26700$ €

donc $u_7 > v_7$ 2

c'est donc avec le 2d contrat que le loyer est le moins cher

4) Calculons la somme des loyers sur les 8 ans :

Avec le 1er contrat : $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_7 = 20400\,(1 + 1{,}04 + 1{,}04^2 + \dots 1{,}04^7) \approx 187970$ € 4

Avec le 2d contrat : $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_7 = 20400 \times 8 + 900\,(0+1+2+\dots+7) = 188400$ €

c'est donc le 1er contrat qui est le plus avantageux sur 8 ans.

II) 1) En E2, on multiplie la quantité par le prix unitaire : = B2 * C2 1

En F2, on applique la remise : = E2 * (1 − D2/100) 1

En F6, on calcule la somme des montants HT : = SOMME(F2:F5) 1

En F7, on calcule les taxes sur cette somme : = F6 × 19,6/100 1

En F8, on calcule le montant TTC : = F6 + F7 1

2) Le Prix net HT est le prix unitaire HT multiplié par la quantité, c'est à dire le prix total avant d'appliquer la remise et les taxes. 1

III) Appelons D la quantité initiale de déchets et t le pourcentage global sur 10 ans de réduction de la quantité de déchets.

Au bout de 10 ans, on a donc : $\cancel{D}\left(1-\frac{4}{100}\right)^{10} = \cancel{D}\left(1-\frac{t}{100}\right)$ donc $0{,}96^{10} = 1 - \frac{t}{100}$ 3

donc $\frac{t}{100} = 1 - 0{,}96^{10}$ donc $t = 100\,(1-0{,}96^{10}) \approx 33{,}5$ 3

l'industriel aura donc réduit sur 10 ans la quantité de déchets de seulement 33,5 %.

Il ne respectera donc pas la réglementation au bout des 10 ans. 2

IV) 1) Dans le tableau de l'énoncé, quelle que soit la valeur de n, on a $a_{n+1} = 2a_n$ et $b_{n+1} = b_n + 3$

donc (a_n) semble être une suite géométrique de 1er terme 12,5 et de raison 2 3

et (b_n) semble être une suite arithmétique de 1er terme 12 et de raison 3

2) D'après 1), on a pour tout n de $\mathbb{N}$: $\boxed{\begin{aligned} a_n &= a_0 \times 2^n = 12{,}5 \times 2^n \\ b_n &= b_0 + n \times 3 = 12 + 3n \end{aligned}}$ 3

3) D'après 2), on a pour tout n de $\mathbb{N}$: $b_n = 12 + 3n$

donc $\frac{b_n}{3} = 4 + n$

donc $\frac{b_n}{3} - 4 = n$ 2

donc $a_n = 12{,}5 \times 2^{\left(\frac{b_n}{3}-4\right)} = \frac{12{,}5 \times 2^{\frac{b_n}{3}}}{2^4}$ 2

1L 20×102 Composition Corrigé succinct

I) 1) Soit x le nombre de cheveux que j'avais en 2001 : $x = 455000\left(1-\frac{1,3}{100}\right) = 449085$

J'avais donc $\boxed{449085}$ cheveux en 2001 2

Soit y le nombre de cheveux que j'avais en 1999 : $455000 = y\left(1-\frac{1,3}{100}\right)$ donc $y = \frac{455000}{1-\frac{1,3}{100}} \approx 460993$

J'avais donc $\boxed{460993}$ cheveux en 1999 3

2) Soit z le nombre de cheveux que j'aurais en 2030 : $z = 455000\left(1-\frac{1,3}{100}\right)^{30} \approx 307274$

J'aurais donc $\boxed{307274}$ cheveux en 2030 3

L'approximation linéaire du calcul ci-dessus est : $455000\left(1-\frac{30\times 1,3}{100}\right) = \boxed{277550}$

Cette approximation donne bien un ordre de grandeur du résultat réel mais cet ordre de grandeur n'est pas très bon car si 1,3 % est un petit pourcentage, il est appliqué ici 30 fois !! 3

3) Chaque année le nombre de cheveux diminue.

On remarque que en 2084, j'aurai $455000\left(1-\frac{1,3}{100}\right)^{84} \approx 151584$ cheveux

et en 2085, j'aurai $455000\left(1-\frac{1,3}{100}\right)^{85} \approx 149613$ cheveux

On voit donc que je passerai en dessous des 150000 cheveux pendant l'année 2084 … j'ai bien peur d'être au ciel depuis un certain temps ! 3

II) 1) B5 étant l'ancien prix HT que l'on augmente de B1 % pour obtenir A5, on a : $A5 = B5\left(1+\frac{B1}{100}\right)$

Il faut donc écrire en B5 : $\boxed{\text{"= A5/(1+B\$1/100)"}}$ 3

Quand on augmente B5 de B2 % on obtient C5, on a donc $C5 = B5\left(1+\frac{B2}{100}\right)$

Il faut donc écrire en C5 : $\boxed{\text{"= B5*(1+B\$2/100)"}}$ 3

Quand on augmente C5 de B1 % on obtient D5, on a donc $D5 = C5\left(1+\frac{B1}{100}\right)$

Il faut donc écrire en D5 : $\boxed{\text{"= C5*(1+B\$1/100)"}}$ 3

2) Appelons A l'ancien prix TTC et N le nouveau. Il était inutile d'appliquer la hausse sur le prix HT car nous avons fait le calcul suivant : $N = \frac{A}{\cancel{\left(1+\frac{19,6}{100}\right)}} \times \left(1+\frac{15}{100}\right) \times \cancel{\left(1+\frac{19,6}{100}\right)} = A\left(1+\frac{15}{100}\right)$!! 2

III) 1) On remarque que $x_8 - x_7 = 17$; $x_9 - x_8 = 17$; $x_{10} - x_9 = 17$

donc (x_n) semble être une suite arithmétique de raison 17.

Vérifions que le 1er terme est bien 1524 : $x_7 = x_0 + 17\times 7$ donc $x_0 = 1643 - 17\times 7 = 1524$

Bilan (x_n) est une suite arithmétique de $\boxed{\text{1er terme 1524 et de raison 17}}$ 3

2) D'après 1), pour tout n de $\mathbb{N}$, $x_n = 1524 + 17n$

nous cherchons donc à résoudre : $\cancel{1524} + 17n \geqslant \cancel{1524} + 1524\times\frac{60}{100}$

$$17n \geqslant 1524\times 0,6$$

$$n \geqslant \frac{1524\times 0,6}{17}$$

$$n \geqslant 53,8$$

la somme aura donc augmenté d'au moins 60% dès le $\boxed{\text{54ème mois}}$ de placement 3

3) par (H), pour tout n de $\mathbb{N}$, $y_{n+1} = y_n\left(1+\frac{1}{100}\right)$ ou encore $y_{n+1} = 1,01\, y_n$

Nous reconnaissons une suite géométrique de raison $\boxed{1,01}$. Son premier terme est $\boxed{1524}$ 3

4) D'après 3) on a pour tout n de $\mathbb{N}$: $y_n = 1524\times 1,01^n$

On 1 an correspond à 12 mois : $x_{12} = 1524 + 17\times 12 = 1728$ € ; $y_{12} = 1524\times 1,01^{12} \approx 1717$ €

Pour un placement d'un an, il vaut mieux choisir la $\boxed{\text{1ère banque}}$. 3

5 ans correspondent à 60 mois : $x_{60} = 1524 + 17\times 60 = 2544$ € ; $y_{60} = 1524 + 1,01^{60} \approx 2769$ €

Pour un placement de 5 ans, il vaut mieux choisir la $\boxed{\text{2ème banque}}$ 3