Fiche méthodes

Calcul d'une limite en un réel a .

Comment calculer la limite de f en un réel $a \in I$:

Si f est une fonction définie et dérivable (donc continue) sur un intervalle I et si $a \in I$ alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

ex : si $f(x) = x^2 + 3x + 1$ alors $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = f(1) = 5$

Comment calculer la limite d'une fonction rationnelle en a (valeur interdite) :

Soit f une fonction rationnelle définie sur un intervalle I
Si a est une borne de I et si f n'est pas définie en a alors :
On calcule d'abord séparément la limite du numérateur , et celle du dénominateur .
Ensuite on applique *le théorème sur la limite d'un quotient*
et *la règle des signes d'un quotient* .

ex :

Soit f une fonction définie sur $]\,2\,;\,10\,]$ par $f(x) = \dfrac{1-x}{2-x}$

Calcul de la limite de f en 2 « à droite »

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 2} (1-x) = -1 \\ \lim\limits_{x \to 2^+} (2-x) = 0^- \end{array}\right\} \text{ donc par quotient} : \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$$

et $2 - x < 0$ si $x > 2$

Pour déterminer le signe de l'infini , il faudra tenir compte des signes des limites du numérateur et du dénominateur

ex :

Soit la fonction f définie sur $]\,1\,;\,3\,[$ par : $f(x) = \dfrac{x-5}{-x^2+4x-3}$

Calcul de la limite de f en 3 « à gauche »

$-x^2 + 4x - 3$ est du signe de $a = -1$ (donc négatif) à l'extérieur de ses racines 1 et 3

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$-x^2+4x-3$		-	0	+	0	-	

afin de préciser le signe du zéro , il faudra peut être donner le tableau de signes du dénominateur

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 3} (x-5) = -2 \\ \lim\limits_{x \to 3^-} \left(-x^2+4x-3\right) = 0^+ \end{array}\right\} \text{ par quotient} : \lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$$