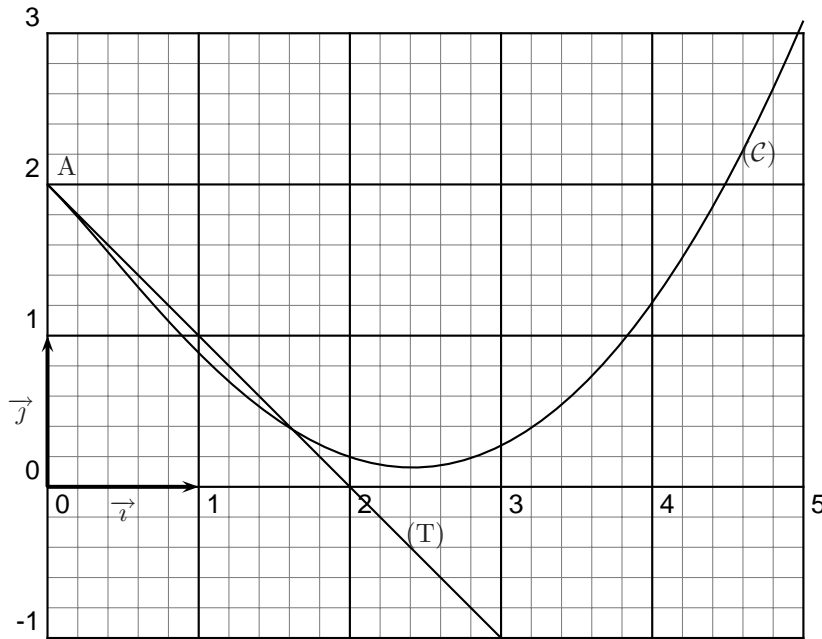


Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $I = [0; 5]$ par : $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + 2 + 2 \ln(x + 1)$.
de courbe représentative (\mathcal{C}) dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. a. Calculer la dérivée f' de la fonction f .
b. Montrer que pour tout x de l'intervalle I : $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x + 1}$.
c. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle I . En déduire le tableau de variations de f sur $[0; 5]$.
d. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[0; 5]$.
2. Soit g la fonction définie sur I par : $g(x) = (x + 1) \ln(x + 1) - x$.
a. Calculer la dérivée de la fonction g .
b. En déduire une primitive de la fonction f sur I .
3. Calculer la valeur exacte, puis la valeur approchée à 10^{-3} près, de l'aire \mathcal{A} , en cm^2 , de la portion de plan comprise entre (\mathcal{C}) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = e$. On hachurera l'aire \mathcal{A} .



Exercice 4' (pour les élèves suivant la spécialité maths)

Une usine désire diminuer sa production de matières polluantes. On note u_n la masse de matières polluantes, en kg, n mois après le début de la mise en place du système. On donne

$$u_0 = 300, \quad u_1 = 180 \quad \text{et} \quad u_{n+2} = 1,3u_{n+1} - 0,4u_n.$$

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. Soit les suites (v_n) et (w_n) définies, pour tout n , par $v = 2u_{n+1} - u_n$, et $w_n = u_n + 1 - 0,8u_n$.
a. Montrer que ces suites sont des suites géométriques de raison respectives 0,8 et 0,5 dont on donnera, pour chacune le premier terme.
b. En déduire v_n, w_n .
c. Montrer par récurrence que, pour tout n , $u_n = \frac{5v_n}{3} - \frac{10}{3}w_n$; en déduire u_n en fonction de n .
d. Déterminer la limite de (u_n) .
Le système mis en place va-t-il permettre à long terme de diminuer la production de polluant?

3. Soit M la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,4 & 1,3 \end{pmatrix}$.

a. Vérifier que, pour tout n , $\begin{pmatrix} u_{n+1} \\ u_{n+2} \end{pmatrix} = M \times \begin{pmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{pmatrix}$.

b. En déduire que, pour tout n : $\begin{pmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{pmatrix} = M^n \times \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \end{pmatrix}$.

c. Calculer alors à l'aide de la calculatrice la production de polluant au bout de 10 mois d'utilisation.

Exercice 3**4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, numérotées de 1 à 8, dire si elle est vraie ou fausse, sans justification. À chaque affirmation est affecté un certain nombre de points :

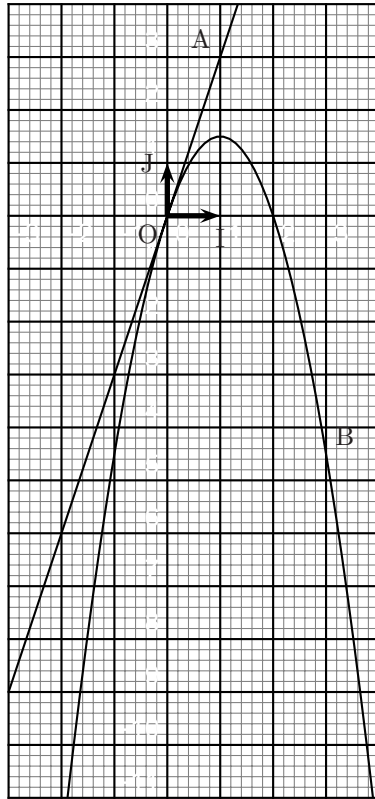
- une réponse exacte rapporte le nombre de points affectés ;
- une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points affectés ;
- une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève rien.

Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

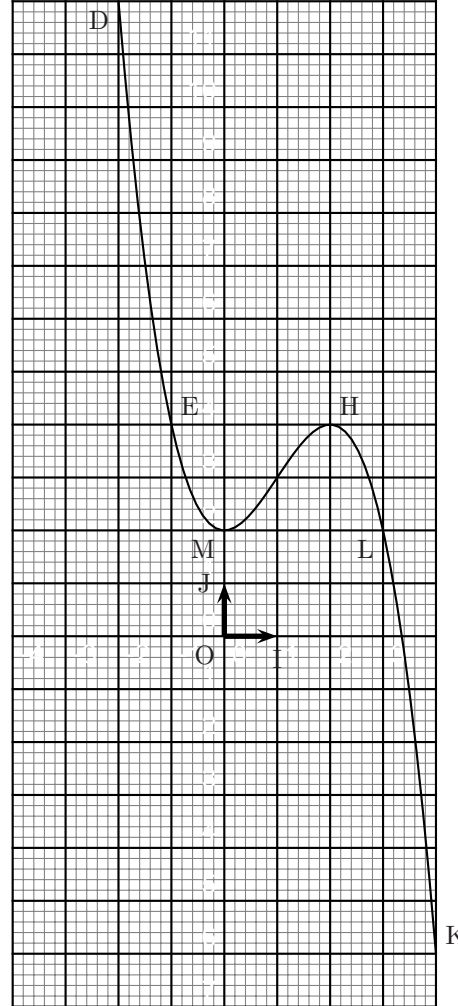
Soient f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ et F une primitive de f sur l'intervalle $[-2 ; 4]$. Le plan (\mathcal{P}) est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{O}\hat{I}, \vec{O}\hat{J})$.

La courbe Γ ci-dessous est la courbe représentative de la fonction F dans le plan (\mathcal{P}) .

La courbe (C) ci-dessous est la courbe représentative de la fonction f dans le plan (\mathcal{P})



On précise que les points $B(3 ; -4,5)$, $O(0 ; 0)$ et $G(2 ; 0)$ sont des points de la courbe (C) et que la droite (OA) est tangente en O à la courbe (C) où $A(1 ; 3)$



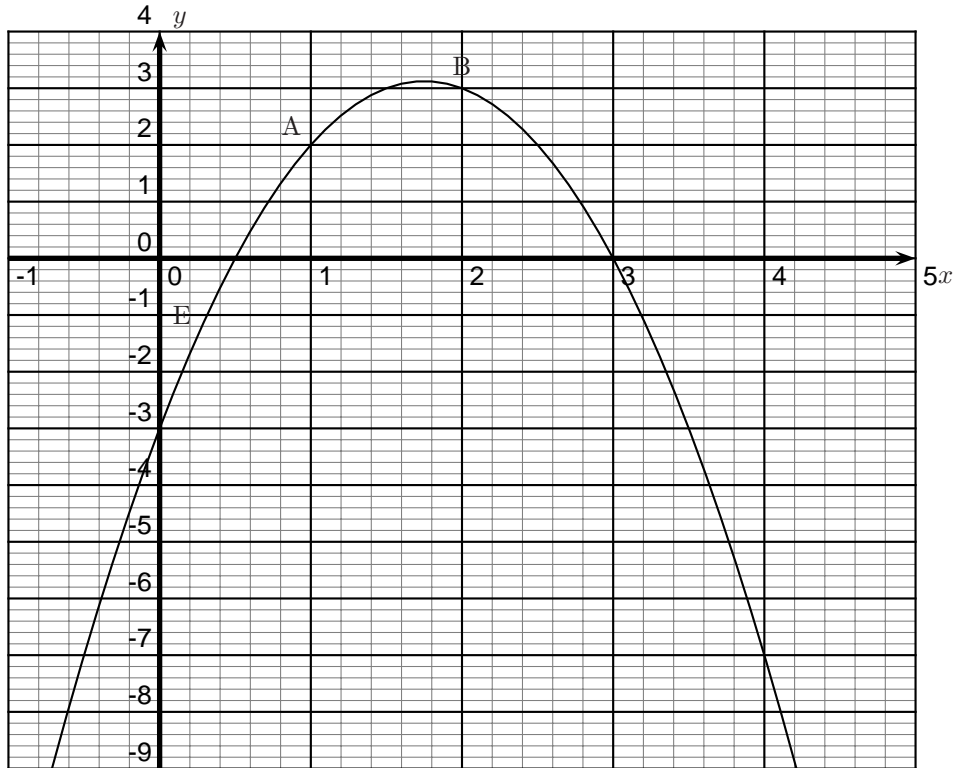
On précise que les points $D(-2 ; 12)$; $E(-1 ; 4)$, $M(0 ; 2)$; $H(2 ; 4)$; $K(4 ; -6)$; $L(3 ; 2)$ sont des points de la courbe Γ .

1. La courbe $A(1 ; 3)$ est la courbe représentative de la fonction dérivée de la fonction F .
2. $f'(0) = -3$.
3. $F'(2) = 0$.
4. La fonction f est négative ou nulle sur l'intervalle $[1 ; 4]$.
5. La fonction f est positive ou nulle sur l'intervalle $[0 ; 2]$.
6. Le coefficient directeur de la tangente en L à la courbe Γ est -4 .
7. On note \mathcal{A} l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan (\mathcal{P}) délimitée par l'axe des abscisses, la courbe (C) , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$. On a $\mathcal{A} = 1$.

8. $\int_2^4 f(x) dx = -11$.

Exercice 4 (pour les non spécialistes maths)**5 points**

Le plan est rapporté à un repère orthogonal. On désigne par a , b et c trois réels, et on considère la fonction f définie sur $[0; 4]$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont on donne ci-dessous la représentation graphique Γ . Les points A et B sont deux points de Γ ; la tangente à la courbe Γ au point A passe par le point E(0 ; -1).



- À l'aide du graphique :
 - Donner l'image par f de 1, puis l'image par f de 2.
 - Donner la valeur de $f'(1)$.
- Déterminer les trois réels a , b et c à l'aide des résultats précédents.
- Soit la fonction g définie sur I par

$$g(x) = \ln(-2x^2 + 7x - 3).$$

- Déterminer l'ensemble de définition I de g .
 - Résoudre l'équation $g(x) = \ln(3 - x)$.
 - Résoudre l'équation : $g(x) - 2 \ln 3 = \ln\left(\frac{2}{9}\right)$.
-