Limite en "a" valeur interdite d'une fonction rationnelle

Soit f une fonction rationnelle définie sur un intervalle I
Si a est une borne de I et si f n'est pas définie en a alors :
On calcule séparément la limite du numérateur , et celle du dénominateur .
Ensuite on applique *le théorème sur la limite d'un quotient*
et *la règle des signes d'un quotient .*

ex1 :

Soit f une fonction définie sur $]\,2\,;10\,]$ par $f(x) = \dfrac{1-x}{2-x}$

Calcul de la limite de f en 2 « à droite »

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2} (1-x) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} (2-x) = 0^-\end{array}\right\} \quad \textit{donc par quotient}: \lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$2-x$		+	0	-	

Pour déterminer le signe de l'infini , il faudra tenir compte des signes des limites du numérateur et du

ex2 :

Soit la fonction f définie sur $]\,1\,;3\,[$ par : $f(x) = \dfrac{x-5}{-x^2+4x-3}$

Calcul de la limite de f en 3 « à gauche »

$-x^2+4x-3$ est du signe de $a=-1$ (donc négatif) à l'extérieur de ses racines 1 et 3

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$-x^2+4x-3$		-	0	+	0	-	

afin de préciser le signe du zéro il faudra peut être donner le tableau de signes du dénominateur

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3} (x-5) = -2 \\ \lim\limits_{x\to 3^-} \left(-x^2+4x-3\right) = 0^+\end{array}\right\} \quad \textit{par quotient}: \lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$$