

Classe de Tle ES - Spé

1. Dans chacun des cas suivants, préciser si la suite est convergente et déterminer sa limite éventuelle :

1.1. $u_n = \frac{3-2n}{5n+1}$, pour tout entier naturel n .

1.2. $u_n = \frac{1}{n} - 5n$, pour tout n entier naturel non nul.

1.3. $u_n = 7^{100} \times \left(\frac{5}{9}\right)^n$, pour tout entier naturel n .

1.4.
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n + \frac{5}{7} \end{cases} \quad (6 \text{ points}).$$

2. Monsieur X a placé 20000 euros le 31 décembre 2002 sur son livret bancaire à intérêts composés au taux annuel de 3,5% (ce qui signifie que, chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital et produisent à leur tour des intérêts).

A partir de l'année suivante, il prévoit de placer, chaque 31 décembre, 700 € supplémentaires sur ce livret.

On désigne par C_n le capital, exprimé en euros, disponible le 1^{er} janvier de l'année $(2003 + n)$, où n est un entier naturel. Ainsi, $C_0 = 20000$.

2.1. **2.1.1.** Calculer le capital disponible le 1^{er} janvier 2004.

2.1.2. Etablir, pour tout entier naturel n , une relation entre C_{n+1} et C_n .

2.2. Pour tout entier naturel n , on pose $u_n = C_n + 20000$.

2.2.1. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

2.2.2. Exprimer u_n en fonction de n .

2.2.3. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $C_n = 40000 \times (1,035)^n - 20000$.

2.2.4. Calculer le capital disponible le 1^{er} janvier 2008 (on arrondira le résultat à l'euro près).

(8 points).

3. QCM : Pour chacune des questions suivantes numérotées de 3.1. à 3.4., quatre affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte. On demande de l'entourer, aucune justification n'est demandée.

3.1. La suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 + 2$ est une suite :

i. arithmétique **ii.** géométrique **iii.** minorée **iv.** décroissante.

3.2. Le premier janvier 2004, Julie a placé 5000 € à intérêts composés, au taux de 3 % l'an. On note C_n le capital de Julie au 1^{er} janvier $(2004 + n)$.

i. Les intérêts acquis durant l'année 2005 se montent à 150 €.

ii. Pour tout entier positif n , $C_n = 5000 + 150n$.

iii. Le 1^{er} janvier 2010, Julie pourra disposer de plus de 6000 €.

iv. Le 1^{er} janvier 2015, Julie disposera de moins de 7000 €.

3.3. La suite v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = -2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ est une suite :

i. décroissante **ii.** divergente **iii.** croissante **iv.** définie par récurrence

3.4. Soit u la suite arithmétique de raison -3 telle que $u_1 = 77$. u_{50} est égal à :

i. 73 **ii.** -73 **iii.** -83 **iv.** -70

(6 points).