

CONTROLE DE MECANIQUE QUANTIQUE
FS DE TETOUAN - SMC4 - 2005/2006

Durée : 2h

Exercice 1 :

Dans les expériences Compton, le rayonnement diffusé d'un angle θ se présente comme la superposition d'un rayonnement de longueur d'onde λ_0 identique à la longueur d'onde incidente (appelée composante Thomson) et d'un rayonnement de longueur d'onde λ décalée par rapport à la longueur d'onde initiale $\lambda = \lambda_0 + \delta\lambda$, appelée composante Compton.

1°) Laquelle des deux composantes s'interprète par les lois de l'électromagnétisme classique ? Donner cette interprétation.

2°) Montrer que le décalage en longueur d'onde est donné par la formule :

$$\delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta)$$

3°) Un RX de 0,5Å subit une diffusion Compton à 60°. Quelle sont, après diffraction, la longueur d'onde du photon diffracté et l'énergie cinétique de l'électron ?

Exercice 2 :

On considère, dans un problème à une dimension, l'hamiltonien \hat{H} d'une particule, défini par :

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + V(\hat{X})$$

où \hat{X} est l'opérateur de position et \hat{P} l'opérateur de l'impulsion.

1°) Montrer que ces deux opérateurs vérifient la relation de commutation :

$$[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar$$

2°) Calculer en fonction de \hat{P} , \hat{X} , $V(\hat{X})$ les commutateurs : $[\hat{H}, \hat{P}]$, $[\hat{H}, \hat{X}]$ et $[\hat{H}, \hat{X}\hat{P}]$.

3°) Les vecteurs propres de \hat{H} sont désignés par $|\varphi_n\rangle$: $\hat{H}|\varphi_n\rangle = E_n|\varphi_n\rangle$, où n est un indice discret. Montrer la relation suivante :

$$\langle \varphi_n | \hat{P} | \varphi_n \rangle = \frac{m}{i\hbar} (E_n - E_n) \langle \varphi_n | \hat{X} | \varphi_n \rangle$$

Exercice 3 :

Un atome d'hydrogène est défini par la fonction d'onde :

$$\psi_{2,1,m} = A r e^{-\frac{r}{2a_0}} \cos\theta$$

1°) Quelle est la valeur du nombre quantique magnétique m ?

2°) Calculer la constante de normalisation A .

3°) Donner la valeur de l'énergie, du module de moment cinétique et de sa projection sur l'axe z .

4°) Calculer, dans cet état, la valeur moyenne de l'énergie potentielle de l'électron.