# المستقيم في المستوى

**القدرات المنتظرة**

**-* ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التالفية و الهندسة المتجهية بواسطة الاحداثيات**

**-* استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية.**

## I- معلم مستوى – احداثيتا نقطة – تساوي متجهتين – شرط استقامية متجهتين

### 1- معلم – إحداثيتا نقطة

**نشاط** لتكن $I$ و $J$ و $O$ ثلاث نقط غير مستقيمية و $M$ نقطة من المستوى و $P$ مسقطها على $(OI)$ بتواز مع $(OJ)$ و $Q$ مسقطها على $(OJ)$ بتواز مع $(OI)$

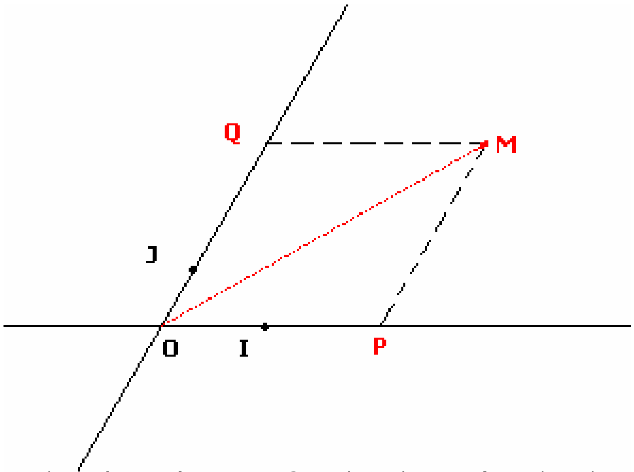
1- أنشئ الشكل

2- باعتبار $x$ أفصول $P$ بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و $y$ أفصول $Q$ بالنسبة للمعلم $(O;J)$

أكتب $\overrightarrow{OM}$ بدلالة $x$ و $y$ و $\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OJ}$

-------------------------

1- الشكل




2- لدينا $P$ مسقط $M$ على $(OI)$ بتواز مع $(OJ)$ و $Q$ مسقط $M$ على $(OJ)$ بتواز مع $(OI)$

ومنه $(OPMQ)$ متوازي الأضلاع و بالتالي $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$

و حيث أن $x$ أفصول $P$ بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و $y$ أفصول $Q$ بالنسبة للمعلم $(O;J)$

فان $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OQ}=y\overrightarrow{OJ}$

ومنه $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$

و بما أن $I$ و $J$ و $O$ ثلاث نقط غير مستقيمية فاننا نقول ان الزوج $(x;y)$ زوج احداثيتي $M$ بالنسبة للمعلم $(O;I;J)$ أو المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ نكتب $M(x;y)$

**تعريف1**

* كل ثلاث نقط غير مستقيمية $I$ و $J$ و $O$ تحدد معلما في المستوى نرمز له بـ $(O;I;J)$ أو $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

**ترميز و مصطلحات**

- المستقيم $(OI)$ يسمى محور الأفاصيل
- المستقيم $(OJ)$ يسمى محور الأراتيب
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ فان $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما متعامدا
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ$ فان $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما متعامدا ممنظما.

**تعريف2**

نقول ان الزوج $(x;y)$ زوج إحداثيتي النقط $M$ في المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ إذا وفقط إذا كان

$\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$ نكتب $M(x;y)$

العدد $x$ يسمى أفصول $M$

العدد $y$ يسمى أرتوب $M$

## 2- إحداثيتا متجهة – تساوى متجهتين

### أ- احداثيتا متجهة

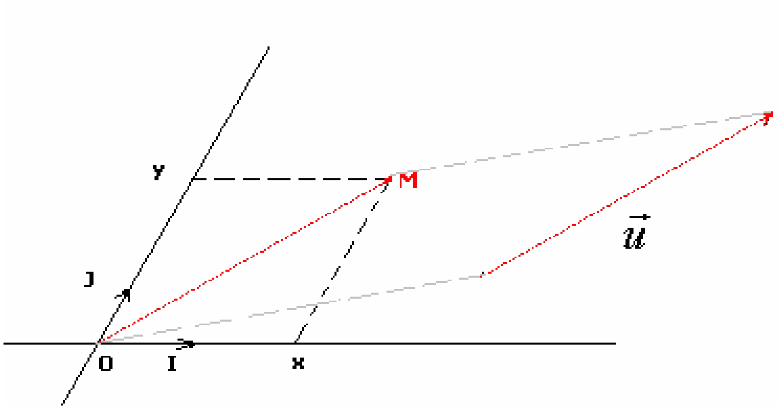
**نشاط**

نعتبر المستوى $(P)$ منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ و $\vec{u}$ متجهة معلومة .

أنشئ $M$ حيث $\vec{u}=\overrightarrow{OM}$

باعتبار $M(x;y)$ بالنسبة للمعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ أكتب $\vec{u}$ بدلالة $x$ و $y$

-------------------




لدينا $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$ ومنه $\vec{u}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$

الزوج $(x;y)$ زوج احداثيتي $\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

**تعريف**

زوج احداثيتي $\vec{u}$ في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ هو زوج إحداثيتي النقط $M$ في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$

حيث $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

اذا كان $M(x;y)$ في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ فان زوج احداثيتي $\vec{u}$ هو $(x;y)$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

**خاصية**

المستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$.

$\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}'(x';y')$ متجهتان و $\alpha$ و $\beta$ عددان حقيقيان

زوج إحداثيتي المتجهة $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ هو $(\alpha x+\beta x';\alpha y+\beta y')$

### ب- تساوي متجهتين

**خاصية**

في مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$،نعتبر $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}'(x';y')$ متجهتين

$\vec{u}=\vec{u}'$ اذا وفقط اذا كان $x=x'$ و $y=y'$

### د- احداثيتا $\overrightarrow{AB}$

**خاصية**

في مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$،إذا كان $A(x;y)$ و $B(x';y')$ فان $\overrightarrow{AB}(x'-x;y'-y)$

**تمرين**

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$،

نعتبر النقط $A(1;2)$ و $B(-3;-1)$ و $C(3;-2)$ ومتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$.

1- أنشئ النقط $A$ و $B$ و $C$ و المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$

2- حدد زوج إحداثيتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $2\vec{u}-\frac{1}{2}\vec{v}$

3- حدد زوج إحداثيتي $D$ حيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$

4- حدد زوج إحداثيتي $I$ منتصف $[AB]$

**تمرين**

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير مستقميتين و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقميتين حيث $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$ و $\vec{v}=-4\vec{i}+3\vec{j}$

حدد إحداثيتي $\vec{u}$ و $\vec{v}$ في الأساس $(\vec{i};\vec{j})$

حدد إحداثيتي $\vec{i}$ و $\vec{j}$ في الأساس $(\vec{u};\vec{v})$

## 3- شرط استقامية متجهتين

### أ- محددة متجهتين

**تعريف**

لتكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ متجهتين

العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ (في هذا الترتيب) نرمز له بـ $\det(\vec{u};\vec{v})$ أو $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$

نكتب $\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$

**مثال** نعتبر $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$ و $\vec{w}(-5;0)$

حدد $\det(\vec{u};\vec{v})$ و $\det(\vec{u};\vec{w})$

ب- لتكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ غير منعدمتين

* $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان تكافئ $\vec{u}=k\vec{v}$

تكافئ $x=kx'$ و $y=ky'$

ومنه $xy'-x'y=kx'y'-kx'y'=0$

نفترض $xy'-x'y=0$ و $x'\neq 0$

* نضع $\dfrac{x}{x'}=k$ ومنه $x=kx'$

و بالتالي $xy'-x'y=0$ تكافئ $y=ky'$

إذن $\vec{u}=k\vec{v}$

إذا كان $\vec{u}$ أو $\vec{v}$ منعدما فان $xy'-x'y=0$

**خاصية**

تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})\neq 0$

مثال

لتكن $\vec{u}(\sqrt{2}+1;1)$ و $\vec{v}(1;\sqrt{2}-1)$ و $\vec{w}(-1;\sqrt{2})$

أدرس استقامية $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ثم $\vec{u}$ و $\vec{w}$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر النقط $A\left(\frac{1}{2};3\right)$ و $B(-2;-2)$ و $C(1;4)$ ومتجهة $\vec{u}(1;3)$

1- أنشئ النقط $A$ و $B$ و $C$ و المتجهة $\vec{u}$

2- حدد $x$ حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}(x-2;5)$ مستقيميتان

3- بين أن النقط $A$ و $B$ و $C$ مستقيمية

## 4- منظم متجهة

في مستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم

- إذا كان $\vec{u}(x;y)$ فان $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

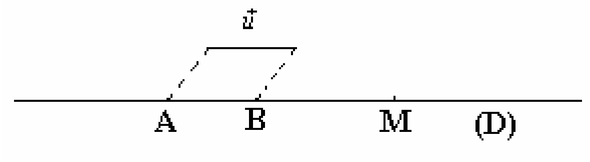
- إذا كان $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فان $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

## II- المستقيم في المستوى

### 1- مستقيم معرف بنقطة ومتجهة

لتكن $A$ نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

نحدد $(D)$ مجموعة النقط $M$ حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ ; $t\in\mathbb{R}$




نضع $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

* $(D)\neq\varnothing$ لان $B\in(D)$

* نعلم أن $\overrightarrow{AM}=t\overrightarrow{AB}$ ; $t\in\mathbb{R}$ تكافئ $M\in(AB)$

$(D)=(AB)$

$(D)$ يسمى المستقيم المار من $A$ و الموجه بـ $\vec{u}$

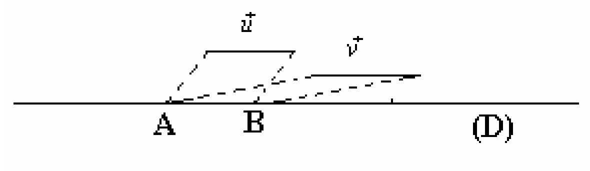
**تعريف**

لتكن $A$ نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

مجموعة النقط $M$ حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ ; $t\in\mathbb{R}$ هي المستقيم المار من $A$ و الموجه بـ $\vec{u}$ نرمز له بـ $D(A;\vec{u})$

**ملاحظة**

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير منعدمتين



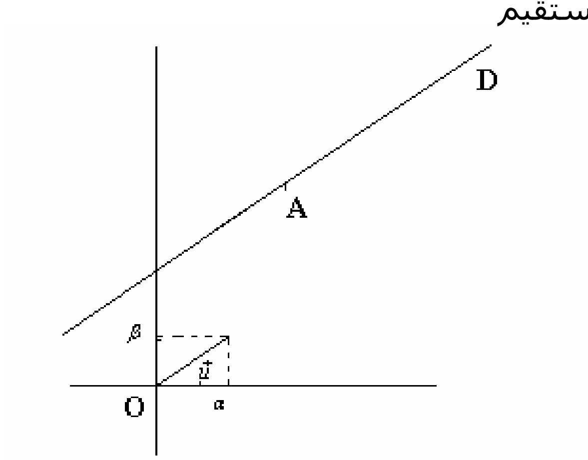

* إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين فان $D(A;\vec{u})=D(A;\vec{v})$

* إذا كان $B\in D(A;\vec{u})$ فان $D(A;\vec{u})=D(B;\vec{u})$

* $\overrightarrow{AB}$ موجهة للمستقيم $(AB)$

### 2- تمثيل بارامتري لمستقيم

في مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر $(D)$ مستقيم مار من النقطة $A(x_0;y_0)$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة له




$M\in(D)$ تكافئ توجد $t$ من $\mathbb{R}$ حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$

تكافئ $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$

النظمة $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$ تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم $(D)$ المار من $A(x_0;y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$

**مبرهنة وتعريف**

المستوى منسوب الى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ متجهة غير منعدمة و $A(x_0;y_0)$ نقطة.

كل مستقيم $(D)$ مار من $A(x_0;y_0)$ وموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$ له نظمة على شكل $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$

النظمة $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$ تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم $(D)$ المار من $A(x_0;y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر النقط $A(-2;1)$ و $B(0;-2)$ و $C(1;4)$ ومتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(4;-6)$.

لتكن $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \end{cases}$ تمثيلا بارامتريا لمستقيم $(\Delta)$

1- أنشئ المستقيم $(D)$ المار من $A$ و الموجه بـ $\vec{u}$ و المستقيم $(\Delta)$

2- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(D)$

ب- أعط ثلاث نقط تنتمي إلى المستقيم $(D)$

ج- هل النقطتين $B$ و $C$ تنتميان الى المستقيم $(D)$

3- أ- بين أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان

ب- حدد تمثيلا بارامتريا لـ $D(C;\vec{v})$. ماذا تلاحظ

4- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(AC)$

**ملاحظة**

كل مستقيم يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية

## 3- معادلة ديكارتية لمستقيم

### أ- مستقيم معرف بنقطة و متجهة

في مستوى $(P)$ منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر $(D)$ مستقيم مار من النقطة $A(x_0;y_0)$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة له.

لتكن $M(x;y)$ نقطة من $(P)$

$M\in(D)$ تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيميتان

تكافئ $\begin{vmatrix} x-x_0 & \alpha \\ y-y_0 & \beta \end{vmatrix}=0$

تكافئ $\beta x-\alpha y+\alpha y_0-\beta x_0=0$

نضع $-\alpha=b$ ; $\beta=a$ ; $c=\alpha y_0-\beta x_0$

$M\in(D)$ تكافئ $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$

**مبرهنة**

في مستوى منسوب إلى معلم

كل مستقيم $(D)$ له معادلة على شكل $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$.

* العكس

لتكن $a$ و $b$ و $c$ اعداد حقيقية حيث $(a;b)\neq(0;0)$

لنحدد $(D)$ مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c=0$

لنفرض أن $a\neq 0$

$(D)$ غير فارغة لأن $C\left(\frac{-c}{a};0\right)\in(D)$

لتكن $A(x_0;y_0)$ تنتمي الى $(D)$ ومنه $ax_0+by_0+c=0$

وبالتالي $c=-ax_0-by_0$

$M(x;y)\in(D)$ تكافئ $ax+by+c=0$

تكافئ $ax+by-ax_0-by_0=0$

تكافئ $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$

تكافئ $\begin{vmatrix} x-x_0 & -b \\ y-y_0 & a \end{vmatrix}=0$

تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}(-b;a)$ مستقيميتان

تكافئ $M \in D(A;\vec{u})$

**مبرهنة**

في مستوى منسوب إلى معلم مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c=0$
و$(a;b)\neq(0;0)$ هي المستقيم $(D)$ الموجه بـ$\vec{u}(-b;a)$
المعادلة $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم $(D)$ الموجه بـ$\vec{u}(-b;a)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $\vec{u}(1;2)$ .

لتكن $2x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية لمستقيم $(D)$ و$t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \end{cases}$ تمثيل بارامتري لمستقيم $(D')$

1- حدد معادلة ديكارتية لمستقيم $(\Delta)$ مار من $A$ و موجه بـ $\vec{u}$

2- أعط ثلاث نقط من المستقيم $(D)$ و متجهة موجهة له.

3- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم $(D')$. أنشئ الشكل.

**ملاحظة**

* لكل عدد حقيقي غير منعدم $k$ ، المعادلتان $ax+by+c=0$ و $akx+bky+kc=0$ متكافئين، فهما معادلتان لنفس المستقيم

* للمستقيم مالا نهاية من المعادلات المتكافئة.

**ب- حالات خاصة**

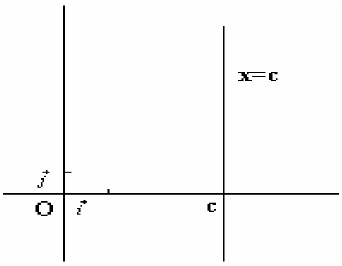
*** المستقيم القاطع لمحوري المعلم**

يقطع مستقيم $(D)$ محوري معلم في نقطتين مختلفتين $A(a;0)$ و $B(0;b)$ إذا و فقط إذا كان للمستقيم $(D)$ معادلة ديكارتية على شكل $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ حيث $a\neq0$ و $b\neq0$

*** المستقيم الموازي لمحور الأراتيب**

**خاصية**

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب اذا و فقط اذا كان له معادلة من نوع $x=c$

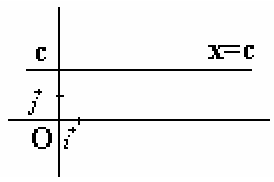



**ملاحظة** ليكن $(a;b)\neq(0;0)$
تكون $ax+by+c=0$ معادلة مستقيم مواز لمحور الأراتيب إذا و فقط إذا كان $b=0$

*** المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل**

**خاصية**

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب اذا و فقط اذا كان له معادلة من نوع $y=c$ .



*** المستقيم غير الموازي لمحور الأراتيب**

$(P)$ مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

$(D): ax+by+c=0$

$(D)$ غير مواز لمحور الأراتيب تكافئ $b\neq 0$

إذن معادلة $(D)$ تصبح $y=\frac{-b}{a}x-\frac{c}{a}$

نضع $m=\frac{-a}{b}$ ; $p=\frac{-c}{b}$ إذن معادلة $(D)$ تكتب $y=mx+p$

بالعكس نعتبر $y=mx+p$ معادلة $(D)$

ومنه $\vec{u}(1;m)$ موجهة لـ $(D)$ و لدينا $\det(\vec{u};\vec{j})\neq 0$

إذن $(D)$ لا يوازي محور الأراتيب.

**خاصية**

> $(P)$ مستوى منسوب إلى معلم
>
> يكون المستقيم $(D)$ غير مواز لمحور الأراتيب إذا وفقط إذا كانت معادلة $(D)$ على شكل $y=mx+p$
>
> العدد $m$ يسمى المعامل الموجه للمستقيم $(D)$
>
> المتجهة $\vec{u}(1;m)$ موجهة للمستقيم $(D)$
>
> المعادلة $y=mx+p$ تسمى المعادلة المختزلة للمستقيم $(D)$

**ملاحظة**

اذا كان $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة لمستقيم غير مواز لمحور الأراتيب فان المعامل الموجه له هو العدد $\frac{\beta}{\alpha}$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $t\in\mathbb{R}$ $(\Delta):\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \end{cases}$ .

1- حدد المعادلة المختزلة للمستقيم $(D)$ المار من $A$ و معامله الموجه $\frac{-1}{2}$.

2- حدد المعامل الموجه للمستقيم $(\Delta)$ ثم معادلته المختزلة.

## III - الأوضاع النسبية لمستقيم

### 1- التوازي

$(D_1): ax+by+c=0$ ; $(D_2): a'x+b'y+c'=0$

$\vec{u}(-b;a)$ موجهة لـ $(D_1)$ و $\vec{u}'(-b';a')$ موجهة لـ $(D_2)$

$(D_1)//(D_2)$ تكافئ $\det(\vec{u};\vec{u}')=0$

تكافئ $ab'-a'b=0$

**مبرهنة1**

> ليكن $(P)$ مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$ .
>
> نعتبر $(D_1): ax+by+c=0$ ; $(D_2): a'x+b'y+c'=0$
>
> $(D_1)//(D_2)$ اذا و فقط اذا كان $ab'-a'b=0$

**مبرهنة2**

> ليكن $(P)$ مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(D_1): y=mx+p$ ; $(D_2): y=m'x+p'$
>
> $(D_1)//(D_2)$ اذا و فقط اذا كان $m=m'$

مثال
$(D_1): 2x-3y+4=0 \quad ; \quad (D_2): -4x+6y+1=0$
هل $(D_1)$ و $(D_2)$ منفصلا أم منطبقان

## 2- التقاطع

**مبرهنة1**

ليكن $(P)$ مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$ .
نعتبر $(D_1): ax+by+c=0 \quad ; \quad (D_2): a'x+b'y+c'=0$
$(D_1)$ و $(D_2)$ متقاطعان اذا و فقط اذا كان $ab'-a'b\neq 0$
و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$

**مبرهنة2**

ليكن $(P)$ مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(D_1): y=mx+p \quad ; \quad (D_2): y=m'x+p'$
$(D_1)$ و $(D_2)$ متقاطعان اذا و فقط اذا كان $m\neq m'$
و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases} y=mx+p \\ y=m'x+p' \end{cases}$

مثال $(D_1): x+3y-5=0 \quad ; \quad (D_2): 2x+y-1=0$
تأكد أن $(D_1)$ و $(D_2)$ متقاطعان وحدد تقاطعهما

## 3- التعامد

نشاط

ليكن $(P)$ مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$ .
نعتبر $(D_1): ax+by+c=0 \quad ; \quad (D_2): a'x+b'y+c'=0$
ليكن $(\Delta_1)$ الموازي لـ $(D_1)$ و المار من $O$ و $(\Delta_2)$ الموازي لـ $(D_2)$ و المار من $O$
1- حدد معادلة ديكارتية لكل من $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ ثم تأكد أن $A(-b;a)\in(\Delta_1)$ و $A'(-b';a')\in(\Delta_2)$
2- اذا كان $(D_1)\perp(D_2)$ ، ما طبيعة المثلث $OAA'$
3- بين أن $(D_1)\perp(D_2)$ إذا وفقط إذا كان $aa'+bb'=0$
تذكير * $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$
* $ABC$ مثلث
$ABC$ قائم الزاوية في $A$ اذا وفقط اذا كان $BC^2=AB^2+AC^2$

**خاصية**

في مستوى منسوب إلى معلم م.م نعتبر
$(D'): a'x+b'y+c'=0 \qquad (D): ax+by+c=0$ حيث $(a';b')\neq(0;0) \quad ; \quad (a;b)\neq(0;0)$
$(D)\perp(D')$ إذا و فقط إذا كان $aa'+bb'=0$

**نتيجة**

$(D'): y=m'x+p' \qquad (D): y=mx+p$
$(D)\perp(D')$ إذا و فقط إذا كان $mm'=-1$

**مثال** نعتبر $(D'): 3x+2y+5=0 \qquad (D): -2x+3y-1=0$
بين أن $(D)\perp(D')$

**تمرين**

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر $A(2;1)$ و $B(-1;3)$

و $(D)$ مستقيم مار من $A$ و موجه بـ $\vec{u}(2;3)$
بين أن $(D)\perp(AB)$

-----------------------------------------------------------------------

تمرين

ليكن $ABC$ مثلثا و $I$ و $J$ و $K$ نقط حيث $I$ منتصف $[BC]$ و $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ ; $\overrightarrow{CK}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

ننسب المستوى إلى معلم $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

1- حدد إحداثيات النقط $I$ و $J$ و $K$
2- بين أن النقط $I$ و $J$ و $K$ مستقيمية
3- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(IJ)$ ثم حدد معادلة ديكارتية له.

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقطتين $A(-2;1)$ و $B(2;4)$ و $\vec{u}(5;2)$

و $(D):2x-3y+1=0$ و $(D_m):(m-1)x-2my+3=0$

1- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم $(\Delta)$ المار من $A$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$
2- تأكد أن $(D)$ و $(\Delta)$ متقاطعان و حدد تقاطعهما.
3- أ- حدد $m$ حيث $(D)//(D_m)$
ب- حدد $m$ حيث $(D)\perp(D_m)$
4- أ- أنشئ المستقيمات $(D_0)$ ; $(D_1)$ ; $(D_2)$
ب – بين أن جميع المستقيمات تمر من النقطة $C\left(3;\frac{3}{2}\right)$

تمرين

نعتبر $A(10;3)$ ; $B(6.7)$ ; $C(0;2)$
حدد معادلة ديكارتية لكل متوسط للمثلث $ABC$
حدد زوج إحداثيتي $G$ مركز ثقل $ABC$.

تمرين

ليكن $ABCD$ و $EFGH$ متوازيي الأضلاع حيث $E\in[AB]$ و $G\in[AD]$
أثبت أن المستقيمات $(BG)$ و $(ED)$ و $(CF)$ اما متوازية إما متقاطعة ( يمكن اعتبار المعلم $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$ )