Exercice 1

a, b, d et n sont des entiers naturels.

1) Démontrer que :

a) si d divise $3n + 4$ et $9n - 5$, alors d divise 17.

b) si d divise a et b, alors d divise $3a + 13b$ et $a + 4b$.

c) si 17 divise $a - 5b$, alors 17 divise $10a + b$.

2) Démontrer la réciproque de la proposition *b*).

Exercice 2

1) Trouver tous les entiers naturels x et y tels que : $xy = 105$.

2) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $(x + 2y)(2x - 3y) = 15$.

3) Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation : $x^2 = (y - 2)^2 + 21$.

Exercice 3

1) Existe-t-il deux entiers relatifs x et y tels que : $6x - 15y = 1$? Justifier.

3) Existe-t-il un entier qui soit un multiple de 15 et un diviseur de 100 ? Justifier.

Exercice 4

Soit n un entier naturel. Pour quelle(*s*) valeur(*s*) de n

1. n divise-t-il $n + 7$?
2. n divise-t-il $n + 12$?
3. $n + 11$ est-il divisible par $n - 1$?

Exercice 5

Déterminer les couples (a, b) d'entiers naturels tels que : $a^2 - ab = 24$

Exercice 6

1° Déterminez les diviseurs de 25.

2° Déterminez les entiers naturels a et b tels que : $a^2 - b^2 = 25$