Primitives
supplément

Complément 1 : La fonction f de la forme $f = k.u'.e^u$ a pour primitive $F = k.e^u$

exemple 1 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{3x} + e^{5x+7}$
Déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

On a directement : $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{1}{5}e^{5x+7} + k$

la dérivée de e^{ax} est $a.e^{ax}$
une primitive de e^{ax} est $\frac{1}{a}e^{ax}$

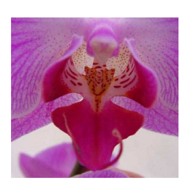
exemple 2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^{x^2-2x+1}$
Déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

On a : $f(x) = (x-1)e^{x^2-2x+1} = \frac{1}{2}(2x-2)e^{x^2-2x+1}$

On a pu écrire f sous la forme $f = \frac{1}{2}.u'.e^u$ avec $\begin{cases} u(x) = x^2 - 2x + 1 \\ \text{et } u'(x) = 2x - 1 \end{cases}$

On en déduit que : $F = \frac{1}{2}.e^u + C$, $C \in \mathbb{R}$
Les primitives de f sont donc de la forme :
$F(x) = \frac{1}{2}.e^{x^2-2x+1} + C$, $C \in \mathbb{R}$.



Complément 2 :

La fonction f de la forme $f = k.\frac{u'}{u}$ a pour primitive $F = k.\ln(u)$ si u est strictement positive sur l'intervalle étudié .

remarque : une primitive de $f = \frac{u'}{u}$ est : $F = \ln|u|$

exemple 3 :

Soit la fonction f définie sur $]-2;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{3}{3x+6}$

Déterminer une primitive de f sur $]-2;+\infty[$.

On a : $f(x) = \frac{3}{3x+6}$

f se présente déjà sous la forme $f = \frac{u'}{u}$ avec $\begin{cases} u(x) = 3x+6 \\ \text{et } u'(x) = 3 \end{cases}$

Par conséquent : $F(x) = \ln(3x+6) + k$

exemple 4 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{10x-10}{x^2-2x+3}$

Déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

On a : $f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x+3} \quad = 5\times\frac{2x-2}{x^2-2x+3}$

On a pu écrire f sous la forme $f = 5\times\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = x^2-2x+1$ et $u'(x) = 2x-1$

Après avoir vérifié que la fonction u est strictement positive sur $\mathbb{R}$,
on en déduit que : $F = 5.\ln(u) + C$, $C \in \mathbb{R}$

Par conséquent : $F(x) = 5.\ln\left(x^2-2x+1\right) + C$