Fiche méthodes

Équations de cercles

On se place dans un plan de repère orthonormal $\left(O\ ;\vec{u}\ ;\vec{v}\right)$.

Comment déterminer l'équation d'un cercle C de centre I et de rayon r

Soit le point $I(a\ ;b)$ et r un réel positif .
Un point $M(x\ ;y)$ du plan appartient au cercle C $\Leftrightarrow IM = r$

$$\Leftrightarrow IM^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$$

Le cercle C de centre $I(a\ ;b)$ et de rayon r est donc l'ensemble des points $M(x\ ;y)$ du plan tels que : $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$

Comment déterminer l'équation d'un cercle C de diamètre [AB]

M $(x\ ;y)$ appartient au cercle C $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_A - x \\ y_A - y \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x_B - x \\ y_B - y \end{pmatrix} = 0$

$$\Leftrightarrow (x_A - x)(x_B - x)+(y_A - y)(y_B - y) = 0$$

Comment déterminer le centre I et le rayon R d'un cercle

1er cas : l'équation est déjà sous la forme : $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$
alors c'est l'équation d'un cercle de centre I $(a\ ;b)$ et de rayon $R = r$

2^{ieme} cas : lorsque l'équation est sous forme développée
exemple de l'équation (E) : $x^2-8x+y^2+6y+3=0$

Il faut d'abord déterminer **les formes canoniques** de x^2-8x et de y^2+6y .
on obtient directement : $x^2-8x = (x-4)^2-16$

sachant que $-8x$ est le double produit dans le développement de $(x-4)^2$

on retranche le carré de (- 4)

D'où : $x^2-8x+y^2+6y+3=0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-4)^2-16+(y+3)^2-9+3=0$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2+(y+3)^2 = 22$$

Donc l'ensemble des points $M(x\ ;y)$ du plan dont les coordonnées vérifient l'équation (E) est le cercle de centre $\Omega(4;-3)$ et de rayon $R=\sqrt{22}$