Classe de Tle ES - Spé

Correction du devoir de Mathématiques

1. **1.1.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n\left(\dfrac{3}{n}-2\right)}{n\left(5+\dfrac{1}{n}\right)} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\dfrac{3}{n}-2}{5+\dfrac{1}{n}} = -\dfrac{2}{5}$ car $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$; la suite (u_n) est donc convergente de limite $-\dfrac{2}{5}$.

1.2. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{1}{n} - 5n\right) = -\infty$; la suite (u_n) est donc divergente.

1.3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{5}{9}\right)^n = 0$ car $\dfrac{5}{9} < 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(7^{100} \times \left(\dfrac{5}{9}\right)^n\right) = 0$ ce qui prouve que la suite (u_n) est convergente de limite 0.

1.4. La suite (u_n) définie par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et $u_{n+1} = u_n + \dfrac{5}{7}$ est arithmétique de raison $\dfrac{5}{7}$ qui est positif, donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$. La suite (u_n) est donc divergente.

2. **2.1.** **2.1.1.** Le capital disponible le 1er janvier 2004 est de :
$C_1 = 1{,}035 \times C_0 + 700 = 1{,}035 \times 20000 + 700 = 21400$ €.

2.1.2. Pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 1{,}035 \times C_n + 700$.

2.2. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = C_n + 20000$.

2.2.1. Pour tout entier naturel n,

$u_{n+1} = C_{n+1} + 20000 = 1,035 \times C_n + 700 + 20000 = 1,035\left(C_n + 20000\right) = 1,035u_n$
La suite $\left(u_n\right)$ est donc géométrique de raison 1,035 et de premier terme $u_0 = C_0 + 20000 = 40000$.

2.2.2. Pour tout entier naturel n, $u_n = 40000 \times \left(1,035\right)^n$.

2.2.3. Ainsi, pour tout entier naturel n, on a :
$C_n = u_n - 20000 = 40000 \times \left(1,035\right)^n - 20000$.

2.2.4. Le capital disponible le 1er janvier 2008 sera de :
$C_5 = 40000 \times \left(1,035\right)^5 - 20000 \approx 27507$ €.

3. **3.1.** La suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 + 2$ est une suite :

i. arithmétique **ii.** géométrique $\boxed{\textbf{iii.}\text{ minorée}}$ **iv.** décroissante.

3.2. Le premier janvier 2004 , Julie a placé 5000 € à intérêts composés, au taux de 3 % l'an. On note C_n le capital de Julie au 1er janvier $\left(2004 + n\right)$.

i. Les intérêts acquis durant l'année 2005 se montent à 150 €.

ii. Pour tout entier positif n, $C_n = 5000 + 150n$.

iii. Le 1er janvier 2010, Julie pourra disposer de plus de 6000 €.

$\boxed{\textbf{iv.}\text{ Le 1er janvier 2015, Julie disposera de moins de 7000 €.}}$

3.3. La suite v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = -2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ est une suite :

i. décroissante **ii.** divergente $\boxed{\textbf{iii.}\text{ croissante}}$ **iv.** définie par récurrence

3.4. Soit u la suite arithmétique de raison –3 telle que $u_1 = 77$. u_{50} est égal à :

i. 73 **ii.** – 73 **iii.** – 83 $\boxed{\textbf{iv.}\ -70}$