C. Bonnet

Master Psychologie, Vie et Santé
NCI – NPC – NCC

2005-2006

Psychologie Cognitive
et
Psychophysique

II Théorie de la détection du signal

II Théorie de la Détection du Signal

Le but de la TDS est d'isoler les deux composantes de la réponse de détection (sensibilité et décision)

Détecter un signal dans du bruit

Détection Correcte	Fausse-Alarme
Omission	Rejet Correct

Y a-t-il un point gris sur l'écran ?

Oui – Non

Pour la même sensibilité, le sujet peut choisir
- de minimiser les FA (→ augmente les O)
- de minimiser les O (→ augmente les FA)

Les résultats seront présentés sous forme d'une matrice des probabilités conditionnelles.

	S+B	B
s	*H = p(s/S)*	*F = p(s/B)*
b	*O = p(b/S)*	*R = p(b/B)*
	1	1

p(S) = probabilité d'apparition du S+B
p(s) = probabilité de répondre signal
p(s/S) = probabilité de répondre signal *si* Signal
p(b/S) = probabilité de répondre bruit *si* Signal
p(s/S) + p(b/S) = 1

p(B) = probabilité d'apparition du B seul
p(b) = probabilité de répondre bruit
p(b/B) = probabilité de répondre bruit *si* Bruit
p(s/B) = probabilité de répondre bruit *si* Signal
p(b/B) + p(s/B) = 1

	Signal+Bruit	Bruit	
s	**348**	**70**	**418**
b	**69**	**347**	**416**
	417	**417**	**834**

p(S) = 417/834 = 0.5
p(s) = 418/834 = 0.501
p(s/S) = 348/417 = 0.834
p(b/S) = 69/417 = 0.165
p(s/S) + p(b/S) = 0.834+ 0.165 = 0.999

p(B) = 417/834 = 0.5
p(b) = 416/834 = 0.498
p(b/B) = 347/417 = 0.832
p(s/B) = 70/417 = 0.167
p(b/B) + p(s/B) = 0.832 + 0.167 = 0.999

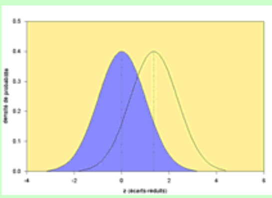
TDS, le modèle

On suppose qu'à chaque état du stimulus correspond une distribution normale d'*états d'observation.*

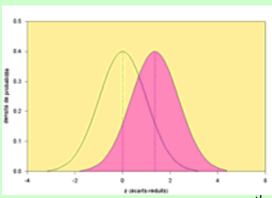
Les deux distributions F(B) et F(S) ont même variance.

La distance entre les moyennes des deux distributions est la mesure de la sensibilité (*d'*)

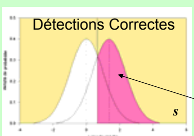
Etats d'observation F(B)

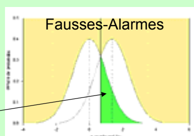


Etats d'observation F(S+B)

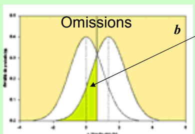


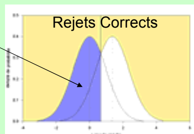
Résultats expérimentaux
et modèle





	Signal+Bruit	Bruit
s	P(s/S)	P(s/B)
b	P(b/S)	P(b/B)
	1	1

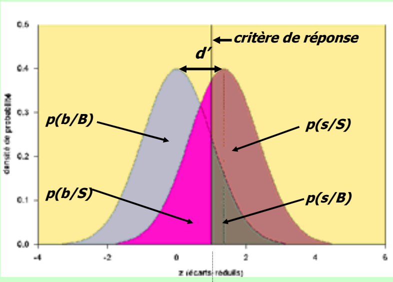




Modèle de la TDS

La sensibilité est mesurée par la distance (*d'*) entre les distributions (analogue à un *t* de Student).

d' = z(s/S) – z(s/B)



Réponses « b » ***Réponses « s »***

7

Changements de stratégie

	Signal+Bruit	Bruit	
s	348	70	418
b	69	347	416
	417	417	834

Groupe S

	Signal+Bruit	Bruit	
s	540	43	583
b	85	166	251
	625	209	834

Groupe B

	Signal+Bruit	Bruit	
s	166	85	251
b	43	540	583
	209	625	834

8

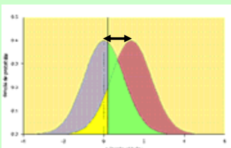
Changement de critère

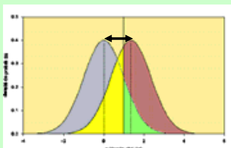
0.864	0.205
0.136	0.794

Groupe S

0.794	0.136
0.205	0.864

Groupe B





Réduction des fausses-alarmes ***critère vers la droite***

Réduction des omissions ***critère vers la gauche***

Le *d'* (distance entre les deux moyennes) ne change pas

9

Facteurs de changement de critère :

- Augmenter p(S) > p(B) → p(s/S) > p(b/B) et p(s/B) > p(b/S)

- Faire varier les coûts et les gains attribués à chaque issue

- Choix du sujet de privilégier un type de réponse (coûts et gains subjectifs)

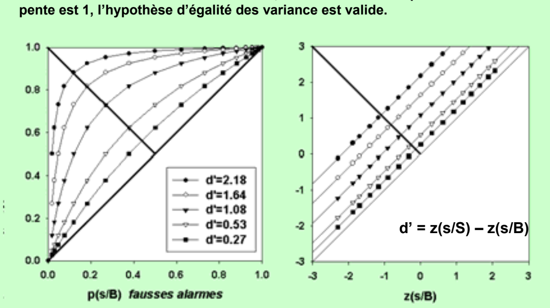
Lorsque le modèle est valide, la variation du critère de réponse ne change pas la sensibilité (*d'*). C'est ce qu'illustre la courbe ROC.

10

II.2 Courbes ROC

Receiver Operating Characteristics

La courbe ROC décrit les variation des détections correctes et des fausses-alarmes. En coordonnées d'écart-réduit, ce sont des droites parallèles. Si leur pente est 1, l'hypothèse d'égalité des variance est valide.



Indice de décision pour d'

L'indice de décision traditionnel de la TDS est le ***rapport de vraisemblance*** *(likelihood ratio)*. C'est le rapport des densités de probabilités :

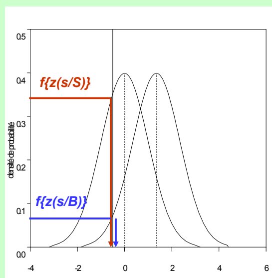
β = f{z(s/S)} / f{z(s/B)}

Ce rapport vaut un quand le critère est à l'axe de symétrie des deux distributions (= pas de biais de réponse), il est inférieur à 1 si le critère est à gauche (beaucoup d'omissions), et supérieur à 1 quand le critère est à droite (beaucoup de fausses-alarmes).

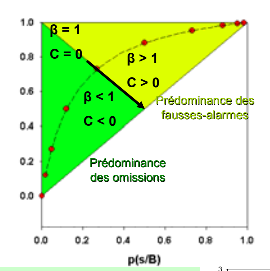
On pourra lui préférer l'indice suivant (McMillan & Creelman, 1990) :

C = -0.5{z(s/B) + z(s/S)}

Qui vaut 0 en l'absence de biais. Il mesure l'écart en unités z par rapport à un critère équilibré.

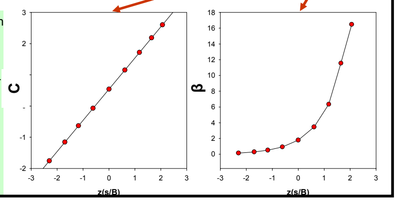


12



p(s/B)	p(s/S)	C	β
0.02	0.12	-1.76	0.14
0.05	0.27	-1.16	0.28
0.12	0.50	-0.63	0.50
0.27	0.73	-0.07	0.92
0.50	0.88	0.54	1.79
0.73	0.95	1.15	3.46
0.88	0.98	1.71	6.34
0.95	0.99	2.18	11.55
0.98	0.99	2.60	16.48

A droite : variation des deux indices en fonction de z(s/B). Avec l'indice *C*, au signe près les valeurs numériques sont identiques de part et d'autre de C=0. Avec *β*, on a d'un côté des sous-multiples et de l'autres des multiples (le symétrique de β=6.34 est β=0.1577, c'est-à-dire 1/6.34).



TDS, hypothèse logistique

Comme dans le cas des seuils, on peut préférer faire l'hypothèse que les distributions des « états d'observation » sont logistiques. Ces courbes ressemblent aux courbes normales. Plusieurs indices de sensibilité ont été proposé (Swets, 1996) :

Théorie du choix de Luce:

α = {[p(s/S)*p(b/B)] / [p(b/S)*p(s/B)]}$^{0.5}$

En bref ***α = { [(HR) / (FO)]}$^{0.5}$***

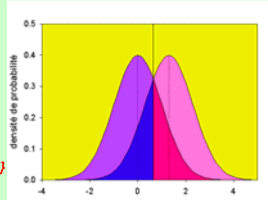
Log Odd Ratio:

LOR = ln{[p(s/S)*p(b/B)] / [p(s/B)*p(b/S)]}

L'indice le plus utilisé est :

ln(η) = - 0.5 ln{[p(s/B)*p(b/S)] / [p(s/S)*p(b/B)]}

En bref ***ln(η) = - 0.5 ln{(FO) / (HR)}***



Relations entre ces indices :

-lnη = 0.5LOR ***LOR = ln(1/η²)***

L'hypothèse d'égalité des variances s'applique aussi à ce modèle

Courbe ROC
hypothèse logistique

Sous l'hypothèse logistique, les courbes ROC pour différentes valeurs de ln(η) sont représentées dans la figure de gauche.

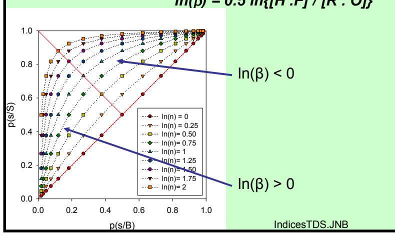
La transformation des probabilités p(s/B) → logit(F) et p(s/S)→logit(H) rend ces fonctions linéaires avec une pente = 1, si l'hypothèse d'égalité des variances est vérifiée.

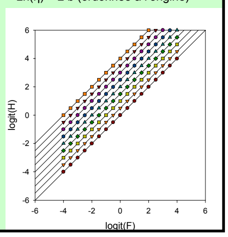
Indice de décision pour ln(η) :

ln(β) = 0.5 ln{[H .F] / [R . O]}

La pente de la courbe ROC = 1

Ln(η) = 2 b (ordonnée à l'origine)





Lorsque l'hypothèse d'égalité des variances n'est pas valide, différentes solutions sont possibles.

L'une d'entres elles consiste à calculer des indices non-paramétriques ne faisant pas d'hypothèses sur la forme des distributions.

L'indice A'

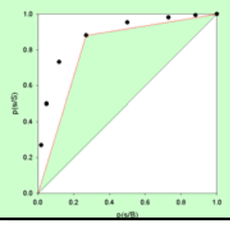
Lorsque **l'hypothèse d'égalité des variances n'est pas validée** et/ou que l'on ne fait pas d'hypothèse sur le modèle sous jacent, on utilisera l'indice suivant :

A' = 1 – { { [p(s/B) / p(s/S)] + [p(b/S) / p(b/B)] } / 4 }

A' = 1 – { [(f / h) + (o / r)] / 4 }

qui mesure la surface sous la courbe ROC lorsqu'on a qu'un seul point.

A' varie de 0.5 à 1



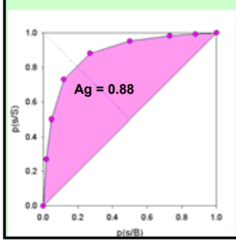
L'indice Ag

Pour plusieurs points, par exemple avec une méthode d'estimation de la certitude, on utilisera :

$$Ag = 0.5\,\Sigma\{ (p(s/B)_{i+1} - p(s/B)_i) \,.\, (p(s/S)_{i+1} + p(s/S)_i)\}$$

Avec un indice de décision :

B'' = {[p(s/S) . p(b/S)] – [p(s/B) . p(b/B)]} / {[p(s/S) . p(b/S)] + [p(s/B) . p(b/B)]}



p(s/B)	p(s/S)	Ag	B''
0.0180	0.2689	0.002	-0.8351
0.0474	0.5000	0.0137	-0.6939
0.1192	0.7311	0.0579	-0.3038
0.2689	0.8808	0.1786	0.3038
0.5000	0.9526	0.3904	0.6939
0.7311	0.9820	0.6139	0.8351
0.8808	0.9933	0.7618	0.8809
1.0000	1.0000	**0.8806**	

Obtenir une courbe ROC : estimation des niveaux de certitude

Seule l'obtention d'une courbe ROC permet de choisir validement l'indice de précision à utiliser et de vérifier l'hypothèse d'égalité des variances. La courbe ROC peut être obtenue par différentes procédures : varier les fréquences d'apparition du Signal et du Bruit ou varier les coûts et les gains de chaque issue (cf. Green & Swets, 1966). Mais ceci nécessite la répétition d'expériences assez lourdes.

On préférera utiliser la méthode <u>d'estimation des niveaux de certitude</u> (*confidence rating*). Au lieu de demander une réponse dichotomique (*s* ou *b*), on demande au sujet d'estimer sur une échelle de catégorie en 6 points (par exemple) son degré de certitude par rapport à la présence du signal où 1 correspond à la certitude de l'absence du signal et 6 à la certitude de sa présence.

Soit une expérience de discrimination B ou S+B, les deux stimuli étant présentés au hasard un même nombre de fois. Le tableau suivant fait apparaître en fonction des deux états du stimulus, les nombres d'utilisation de chaque niveau de certitude.

Nombre de réponses de chaque catégorie

Certitude	1	2	3	4	5	6	
Bruit	49	94	75	60	75	22	375
Signal+Bruit	8	37	45	60	113	113	375

Transformation des effectifs en probabilités

Certitude	1	2	3	4	5	6	
Bruit	.131	.251	.200	.160	.200	.059	1
Signal+Bruit	.021	.099	.120	.160	.301	.301	1

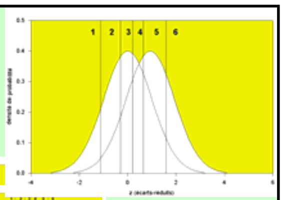
Calcul des probabilités cumulées

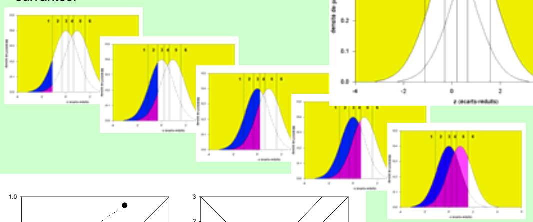
Certitude	1	2	3	4	5	6	
Bruit	.131	.382	.582	.742	.942	1	
Signal+Bruit	.021	.120	.240	.400	.701	1	

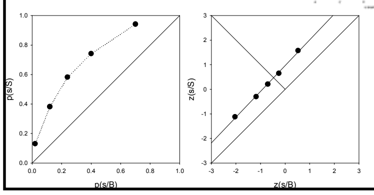
Ecarts-réduits et d'

	1	2	3	4	5	6	
Bruit	-1.121	-0.301	0.207	0.649	1.573		
S+B	-2.037	-1.175	-0.706	-0.253	0.527		
d'	**0.916**	**0.874**	**0.913**	**0.902**	**1.046**		

Utiliser les jugements de certitude revient à permettre au sujet d'utiliser plusieurs critères de réponse comme le schématise les figures suivantes.

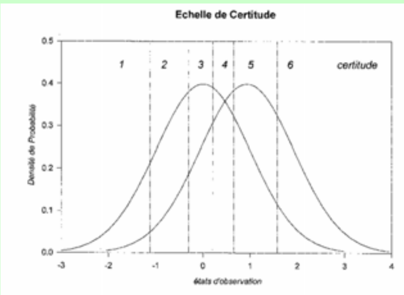






Jugement de certitude

Présentation de deux stimuli B (bruit) et S (signal). Les réponses portent sur le degré de certitude de la présence de S : 1 = certain de l'absence, …, 6 = certain de la présence

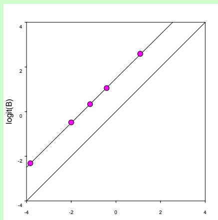


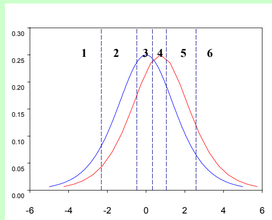
Hypothèse logistique

Les résultats d'une expérience de jugements de certitude peuvent être analysés sous l'hypothèse logistique.

Les fréquences – f(A) et f(B) – seront d'abord cumulées de la catégorie 1 à la catégorie 6 → p(F) et p(H). La courbe ROC sera construite (ici en coordonnées logits).

	f(A)	f(B)
1	0.0900	0.0213
2	0.2913	0.0987
3	0.2000	0.1200
4	0.1600	0.1600
5	0.1887	0.3500
6	0.0700	0.2500

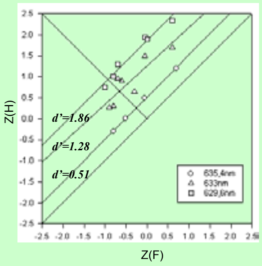




CertiLogit.JNB

Discrimination et contingences de renforcement

Tâche de Jugements *Identique/Différent* de couleurs chez le pigeon (Wright, 1972)
Discriminations de longueurs d'onde (en nm)



Pour obtenir les courbes ROC, les contingences de renforcement varient de séance en séance. Renforcer plus les réponses ***D*** déplace le critère vers la gauche, renforcer plus les réponses ***I*** le déplace vers la droite.

I	D1	D2	D3
640.4	640.4	640.4	640.4
640.4	635.4	629.6	633.0

	I	*D*
i	p(i/I)	p(i/D)
d	p(d/I)	p(d/D)

25

Wright A.A. (1972) Psychometric and psychophysical hue discrimination functions for the pigeon. Vision Research, 12,1447-64.

Discrimination de fréquences sonores chez le rat

Talwar & Gerstein (1999) tâche de go/no go chez le rat avec variation des contingences de renforcement et de la probabilité d'apparition du signal (p(S+)).

S1(1s) 100 ms S2 (1s) si S2 = S1 → S-, si S2 > S1 → S+ (go) F= 5 kHz
Δf est constant intrasession

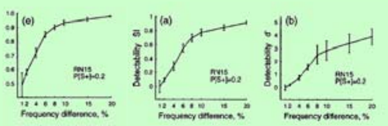
	S+	S-
go	**BR** renforcé	**FA** puni
no go	**OM**	**RC**

Talwar SK, Gerstein GL. (1999) A signal detection analysis of auditory-frequency discrimination in the rat. *Journal of the Acoustical Society of America, 105*, 1784-1800.

26

Trois indices de sensibilité : *d', A', SI*
Sensibility Index SI = (H - F) / { 2 (H + F) – (H + F)² }

A'



L'indice A' est celui qui minimise le plus l'erreur intrasession (F Snedecor)

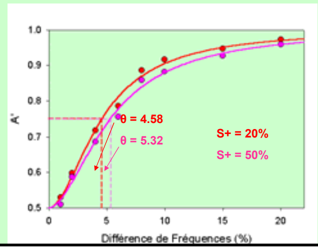
27

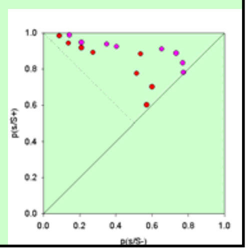
La fonction psychométrique définie par la variation de A' est estimée par une fonction logistique.

La fréquence d'apparition du signal et du bruit (ici S+ et S-) affecte la valeur du seuil (ns).

Variation de sensibilité ou de critère ?

La courbe ROC suggère globalement une prédominance des fausses alarmes sur les omissions. Cette prédominance est un peu réduite quand la fréquence d'apparition de S+ diminue.

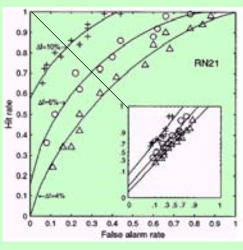




Les rats ont un comportement 'libéral' : ils favorisent la réponse *go* et donc produisent beaucoup de fausses alarmes.

Expérience 2 : 3 valeurs de la différence de fréquence (4, 6 et 10%)

Variation de la fréquence des renforcements → courbe ROC : moins il y a de renforcements, plus il y a d'omissions (comportement 'conservateur').



29