Exercice sur les tangentes et sur les dérivées.

1. Soit f la fonction définie sur [0; +∞[par $f(x) = \sqrt{x}$
. On appelle C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$

a) Expliquer pourquoi f n'est pas dérivable en 0.
b) Etudier les variations de f.
c) Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 4.
d) Tracer la courbe C sur l'intervalle [0; 10] ainsi que sa tangente T.

2. Le graphique précédent montre que la courbe C se trouve en dessous de la droite T. On se propose de démontrer de deux façons cette constatation.

a) Soit g la fonction définie sur [0; +∞[par $g(x) = \sqrt{x}-\frac{1}{4}x-1$. Etudier les variations de g, en déduire que $g(x) \leqslant 0$ pour tout x de [0; +∞[, puis que C est en dessous de T.

b) Développer $\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-1\right)^2$. Utiliser le résultat obtenu pour montrer que C est en dessous de T.