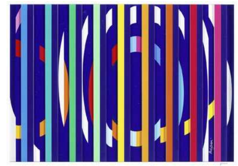
Dérivée de la fonction exponentielle



La fonction *exp* est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x on a : $\exp'(x)=\exp(x)$

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I :

Alors la fonction $\exp(u)$ est dérivable sur I et sa dérivée est $\left(e^u\right)'=u'.e^u$

Calculons les dérivées des fonctions suivantes sur les intervalles I précisés :

1) $f(x)=e^{x^2+x}$ sur $I=\mathbb{R}$

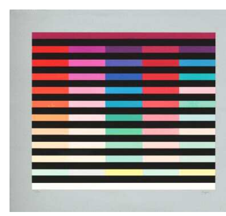
$f=e^u$ donc $f'=u'.e^u$

avec $u(x)=x^2+x$ et $u'(x)=2x+1$

Indiquer toujours les formules utilisées

Par conséquent : $f'(x)=(2x+1)e^{x^2+x}$

2) $f(x)=e^{-x}+e^{2x}$



$f=u+v$ donc $f'=u'+v'$

$f'(x)=-e^{-x}+2e^{2x}$

3) $f(x)=x^2e^{3x}$

$f=u.v$ donc $f'=u'.v+u.v'$

avec $\begin{cases} u(x)=x^2 \\ v(x)=e^{3x} \end{cases}$ et $\begin{cases} u'(x)=2x \\ v'(x)=3e^{3x} \end{cases}$

Par conséquent : $f'(x)=2xe^{3x}+3x^2e^{3x}$

$=e^{3x}\left(2x+3x^2\right)$

e^{3x} est un facteur commun il est préférable de factoriser pour pouvoir étudier le signe de l'expression ensuite

4) $f(x)=\dfrac{5}{1+10e^{-0,4x}}$

$f=\dfrac{k}{u}$ avec k réel fixé donc $f'=-k\dfrac{u'}{u^2}$

avec $u(x)=1+10e^{-0,4x}$ et $u'(x)=10\times(-0,4)e^{-0,4x}=-4e^{-0,4x}$

$$f'(x)=\frac{-5\times4e^{-0,4x}}{\left(1+10e^{-0,4x}\right)^2}=\frac{-20e^{-0,4x}}{\left(1+10e^{-0,4x}\right)^2}$$